**Grndlegende QM. Dinge**

**Notation und Normaalbasis**

$\langle m|n\rangle = \delta_{mn}$ Dabei sind m,n Zustaende im Hilberrtraum.
$|\psi\rangle = \sum_n c_n|n\rangle$mit $c_n = \langle n|\psi\rangle$
Phsyikalische Zustaende sind Normiert:
$\langle\psi|\psi\rangle = 1$ oder $\sum_n |c_n|^2 = 1$

**Poisson Dinge**

$\Delta N = \sqrt{Var(n)} = \sqrt{N}$
Je kleiner die Intes, umso groesser relatives Rauschen:
$\frac{\Delta N}{N} = \frac{1}{\sqrt{N}}$

**Braket-Zusammenhaenge:**

$\langle\psi| = |\psi\rangle^\dagger$
$\langle\phi|\psi\rangle \in \mathbb{C}$
$\langle\phi|\psi\rangle = \langle\psi|\phi\rangle^*$
$\langle\psi|\psi\rangle = \int\psi^*(x)\psi(x)dx$ **Vollstaendigkeit:**
$\sum_n P_n = \sum_n |n\rangle\langle n| = 1$
$|\psi\rangle = \sum_n |n\rangle\langle n|\psi\rangle$
$1 = \int_{\mathbb{R}} dx|x\rangle\langle x|$
$\langle x|x'\rangle = \delta(x-x')$
Wellenfunktion:
$\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$
$\int|\psi(x)|^2dx = 1$

**Ortsdarsellung**

$|x\rangle, \langle x|x'\rangle = \delta(x-x')$
$\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$

**Impulsdarstellung**

$|p\rangle,\ \langle p|p'\rangle = \delta(p-p')$
$\psi(p) = \langle p|\psi\rangle$

**Hermitische Operatoren**

$\hat A = \hat A^\dagger$
$\langle\psi|A\psi\rangle = \langle A\psi|\psi\rangle$

**Messung:**

Messugn der Observable A mit Eigenwert a: $\hat A|a\rangle = a|a\rangle$
Wahrscheinlichkeit a zu Messen
$p(a) = |\langle a|\psi\rangle|^2$
Zustand nach Messung:
$|\psi_{nach}\rangle = \frac{P_a|\psi_{vor}\rangle}{\sqrt{p(a)}}$mit $P_a = |a\rangle\langle a|$

**Erwartunswert:**

$\langle A\rangle = \langle\psi|\hat A|\psi\rangle$

**Varianz(unschaerfe):**

$\sigma_A^2 = \langle A^2\rangle - \langle A\rangle^2$

**Kommutator:**

$[\hat A,\hat B] = \hat A\hat B - \hat B\hat A$
$\rightarrow [A,B] = 0$ Gemiensame Eigenbasis (scharf messbar)
$\rightarrow [x,p] = i\hbar$ nicht gemeinsam scharf messbar
$\rightarrow \Delta x\Delta p \geqslant \frac{\hbar}{2}$
$\rightarrow [H,A] = 0 \Rightarrow \partial_t\langle A\rangle = 0$
Falls $\partial_t A = 0$

**Unschaerferelation:**

$\Delta A\Delta B \geqslant \frac12|\langle[\hat A,\hat B]\rangle|$

**Globale Phase nicht messbar:**

$|\psi\rangle \sim e^{i\alpha}|\psi\rangle$

**Zeitentwicklung QM Zustand:**

$i\hbar\partial_t|\psi(t)\rangle = H|\psi(t)\rangle$
$\rightarrow |\psi(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}Ht}|\psi(0)\rangle$
Golden Rule:
Zeitentwicklung trivial in Energieeigenbasis!
$|\psi(0)\rangle = \sum_n c_n|E_n\rangle$ mit $c_n = \langle E_n|\psi(0)\rangle$
$|\psi(t)\rangle = \sum_n c_n e^{-\frac{i}{\hbar}E_nt}|E_n\rangle$
Zurueck in andere Basis:
$|\psi(t)\rangle = \sum_a\langle a|\psi(t)|a\rangle$

**Erwartungswert in der Zeit**

$\langle A\rangle(t) = \langle\psi(t)|\hat A|\psi(t)\rangle$
Zeitabhaengigkeit durch Interferrenz der Phasen:
$e^{-i(E_n-E_m)t/\hbar}$

**Entartung:**

$E_n = E_m, m\neq n$
jede lin.komni, ist stationaer, gleiche Phasenentwicklung.

**2Zustandssysteme**

$\mathcal{H} = \text{span}(|1\rangle,|2\rangle)$
$|\psi\rangle = c_1|1\rangle + c_2|2\rangle$
mit $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$

**Operator in 2S System**

$\hat A = \begin{pmatrix}A_{11}&A_{12}\\A_{21}&A_{22}\end{pmatrix}, |\psi\rangle = \begin{pmatrix}c_1\\c_2\end{pmatrix}$

**Spin Operatoren**

$\hat S_i = \frac{\hbar}{2}\sigma_i$(Paulimatrizen)
$\sigma_x = \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix}, \sigma_y = \begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix}$
$\sigma_z = \begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$

**Drehimpulsoperatoren**

$\hat L_x = \hat y\hat p_z - \hat z\hat p_y$
$\hat L_y = \hat z\hat p_x - \hat x\hat p_z$
$\hat L_z = \hat x\hat p_y - \hat y\hat p_x$
$[L_i,L_j] = i\hbar\epsilon_{ijk}L_k$
$L^2 = L_x^2+L_y^2+L_z^2$
$\hat L_z = -i\hbar\frac{\partial}{\partial\varphi}$(Kugelkoords)
$[L^2,L_z] = 0$

**Spin Dinge**

$[S_x,S_y] = i\hbar S_z$
$[S^2,S_z] = 0$

**Gemeinsame Eigenzustaende:**

$L^2|l,m\rangle = \hbar^2 l(l+1)|l,m\rangle$
$L_z|l,m\rangle = \hbar m|l,m\rangle$

**Ladder-Operator (Drehimpuls)**

$L_\pm = L_x \pm iL_y$
$L_\pm|l,m\rangle =$
$\hbar\sqrt{l(l+1)-m(m\pm1)}|l,m\pm1\rangle$

**Wasserstoff Hamitlonian:**

$\hat H = -\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta - \frac{e^2}{4\pi r\epsilon_0}$
mit $\mu = \frac{m_eM}{m_e+M}$

**Ansatz Trennugn der Variablen:**

$\psi_{nlm}(r,\theta,\phi) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta,\phi)$

**Quantenzahlenranges:**

$n\in\mathbb{N};\ l = 0,1,..,n-1;$
$m = -l,...,l$

**Hydrogen Energies:**

$E_n = -\frac{13.6eV}{n^2}$

**Uncertainty**

Q sei Obeservable und R sei Obersvable:
$\sigma_Q^2\sigma_R^2 \geqslant (\frac{1}{2i}\langle[\hat Q,\hat R]\rangle)^2$, sobald Kommutator = 0, beide koennen scharf gemessen werden, sobald kommutator $\neq 0 \Rightarrow$, uncertainty.

**Energie-Time-uncertainty**

$\Delta E\cdot\tau \geqslant \hbar/2$
Mit $\tau$ Evolutionszeit
Zeit ist an sich keine Observable

**Materiewelle**

$\psi(x,t) = e^{i(kx-\omega t)}$
$\omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$
$(\hbar k = mv)$
Nur naeherungsweise
Richtig ist:
$p = \hbar k$
Beschreibt ein massives Teilchen mit m mit schafter $v << c$ (Impulseigenzustand).
Elmagwellen: $\omega = ck$
Materiewellen: $\omega = \frac{\hbar}{2m}k^2$
$p = \hbar k = \frac{2\pi\hbar}{\lambda_{dB}}$
De Broglie Beziehung: $\lambda_{dB} = \frac{h}{mv}$

**Fourie-Shit**

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^\infty g(k)e^{ikx}dk$
$g(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^\infty f(x)e^{-ikx}dx$

**Impuls im Ortsdarstellung**

$\hat p = -i\hbar\frac{\partial}{\partial x}$
in Impulsraum einfach $\cdot p$

## H.O.

$\hat H\psi = E\psi$, mit $\hat V(x) = \frac12 m\omega^2\hat x^2$
SE:
$-\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2\psi + \frac{m}{2}\omega^2x^2\psi = E\psi$
Umparametrisieren: $\xi = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}x$,
Oder: (chat meint):
$\xi = \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}x$ dann mit Kettenregel partiell inten.
$\rightarrow \partial_\xi^2\psi = (\xi^2-K)\psi,\quad K = \frac{2E}{\hbar\omega}$
Suche zunaechst asymptotische Loesung:
$\xi >> 1 \Rightarrow \partial_\xi^2\psi = \xi^2\psi$
$\Rightarrow \psi_{aalg.} = Ae^{-\xi^2/2} + Be^{\xi^2/2}$
da $\psi$ normalisierbar sein soll.
$\Rightarrow B = 0$
Suche nun Non-asymtotix solution:
$\psi(\xi) = h(\xi)e^{-\xi^2/2}$
Einsetzen und kurezen:
$\Rightarrow \partial_\xi^2 h - 2\xi\partial_\xi h + (K-1)h = 0$
Nun Potenzreihenansatz, also guess:
$h(\xi) = \sum_j a_j\xi^j$
$\partial_\xi h = \sum_j j\ a_j\xi^{j-1}$
$\partial_\xi^2 h = \sum_j (j+2)(j+1)a_{j+2}\xi^j$
Erhalte rekursionsformel:
$a_{j+2} = \frac{2j-K+1}{(j+2)(j+1)}a_j$
Reihe muss iwann abbrechen, da die Reihe sonst explodiert $\Rightarrow$ keine normalisierung moeglich. $\exists$hight Power $n$.
Wir setzen, damit die Rekursionsformel = 0 und erhalten: $K = 2n+1$ mit der Definition von $K$
$E = \hbar\omega(n+\frac12)$

## Free Particel

$V(x) = 0, \Rightarrow H = \frac{\hat{p}^2}{2m}$
Seperatiosnansat:
$\psi(x,t) = \phi(x)T(t)$
Energieeigenfunktionen:
$\phi_k(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$mit:
$k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$
und Ebene wellen:
$\psi_k(x,t) = e^{i(kx-\omega t)}$ mit
$\omega = \frac{E}{\hbar} = \frac{\hbar k^2}{2m}$
Impulseigenzustaende:
$\hat p = -i\hbar\partial_x \Rightarrow p = \hbar k$
Energieimpulsrela:
$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2k^2}{2m}$
Wellenpackete
$\psi(x,t) = \int c(k)e^{i(kx-\omega t)}dk$
$\int|c(k)|^2dk = 1$
Zeitentwicklung:
$H|p\rangle = \frac{p^2}{2m}|p\rangle$
$|\psi(t)\rangle = \int dp\langle p|\psi(0)\rangle e^{-i\frac{p^2t}{2m\hbar}}|p\rangle$
$|p\rangle$ Zustand scharfer Impuls
$\int dp|p\rangle\langle p| = 1$

**Infinite square Well**

SG:
$-\frac{\hbar^2}{2m}\partial_x^2\psi = E\psi$
Randbedingungen ergeben B=0 in aalg. loesung.
Es folgt: $k_n = \frac{n\pi}{L}$
$E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2}$
Eigenfunktionen:
$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$

**Finite Square well**

SG Innen:
$\psi'' + k^2\psi = 0, k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$
$\psi = A\sin(kx) + B\cos(kx)$
SG Aussen:
$\psi'' - k^2\psi = 0, k = \sqrt{\frac{2m(V_0-E)}{\hbar^2}}$
$\psi = Ce^{-kx} + De^{kx}$
Anzahl begundener Zustaende:
$N \approx \frac{2a}{\pi}\sqrt{\frac{2mV_0}{\hbar^2}}$

**Dispersion wellenpacket**

Wellenpacket aalgemein:
$\psi(x,t) = \int dkA(k)e^{i(kx-\omega(k)t)}$
Phase:
$\Phi(k) = kx - \omega(k)t$
Regel:
$\partial_k^2\omega \neq 0 \Rightarrow$ zerfliest
$\partial_k^2\omega = 0 \Rightarrow$ zerfliest nicht

| $\omega(k)$ | zerlfiesen? |
|---|---|
| $\omega = ck$ | nein |
| $\omega = \alpha k^2$ | ja |
| $\omega_n \propto n^2$ | revivals |
| $\omega = \alpha k + \beta k^2$ | jop |

| $\Phi$ | Ort |
|---|---|
| linear | moves |
| quadratisch | stays |
| diskret | ? |
| ? | moves |

# Altklausuraufgaben

**19/20**

**Aufg1. Positronium**

a) Reduktion auf einteilchensystem:
$\mu = \frac{m_1m_2}{m_1+m_2} \overset{\text{hier}}{=} \frac{m_e}{2}$
Energyeingenwerte Coumlobgebundenes System:
$E_n = -\frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2\hbar^2}\frac{1}{n^2}$
Wasserstoff: $E_1^H = -13,6$eV
b) Gleiche Energienivceaus wie bei $H_2$, also $E_n = -\frac{E_1}{n^2}$, erster angereger Zustand n=2.
c) Wasserstoffaehnliche Energieniveaus: $E_n = -Z^2\frac{E_{ryd}}{n^2}$
Ubergangsniveaus:
$\Delta E = Z^2E_{Ryd}(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2})$
mit Lyman-Serie: Übergaenge NACH n=1.

**Aufgabe2:**

Dipolmomente: $\vec d = -e\langle\psi|\vec r|\psi\rangle$
verschwinden wenn Rauemlich spiegelsymmetrisch.
Integrand ungerade→Integral=0
c) Zeitentwicklung Zustand:
$|n,l,m;t\rangle = e^{-iE_{nlm}t/\hbar}|n,l,m\rangle$
Zeitentwicklung Dipolmoment, einsetzen und Integral loesen.
Frequenz des Dipols: $\omega = \frac{E_{2p}-E_{1s}}{\hbar}$
Aallg. Zeitentwicklung:
$|E\rangle \rightarrow e^{-iEt/\hbar}|E\rangle$
Allg. Bohrfrequenz: $\omega_{ij} = \frac{E_i-E_j}{\hbar}$

**Aufgabe3:**

b) Zeitentwicklung am einfachsten in der Eigenbasis des Hamiltonoperators
$\hat H = \omega\sigma_x$, dann also den Anfangszustand in Eigenbasis angeben, Zeitentwicklugn der Eigenzustaenden, mit
$|+\rangle \rightarrow e^{-i\omega t/\hbar}|+\rangle$, dann zusammensetzen.
c) Phasenvergleich
$\frac{c_-}{c_+} = e^{i(E_+-E_-)t/\hbar}$,
gesucht, war $t_1$, sodass
$e^{2i\omega t/\hbar} = i = e^{i\pi/2}$

**Aufgb.4:**

a) massives Teilchen im Potentialfreienraum:
$E = \frac{p^2}{2m},\ p = \hbar k,\ \omega(k) = \frac{E(k)}{\hbar}$
c)vergleich der exponenten
$s_x(t) = s_x(0) + i\frac{\hbar}{2m}t$
Varianz:$\Delta x^2(t) = \frac12\frac{1}{\Re(1/s_x(t))}$
Breite der Ortsverteilung:
$\Delta x(t) = \Delta x(0)\sqrt{1+(\frac{\hbar t}{2ms_x(0)})^2}$
d) periodisches potential: die phasen laufen schneller auseinader, das wellenpacket dispersiert staekre.

**Aufgabe 5:**

Ist das Potential Sperereriebar, so ist es auch die Schoredingergleichung:
Damit: $\phi(x,y) = \phi_x(x)\phi_y(y)$
Ausserdem gilt Energieaddition:
$E_{n_x,n_y} = E_{n_x} + E_{n_y}$
b) 1D-Kasten $E_n = \frac{\hbar^2\pi^2}{2md^2}n^2$

**Aufgabe 7:**

Potentialstufe. wenn $V = \infty$, ist Aufenthaltwahrscheinlichkeit =0 und ansonsten Wellenzahl der Welle des Teilchens:
$k = \frac{\sqrt{2m(E-V)}}{\hbar}$
c) Grenzverhalten der Wellenfunktionen:
$\rightarrow$ Stetigkeit der Wellenfunktion:
$\Psi_2(x_0) = \Psi_3(x_0)$
$\rightarrow$ Stetigkeit der ersten Ableitung:
$\partial_x\Psi_2(x_0) = \partial_x\Psi_3(x_0)$
Ableitung nur unstetig, wenn $V = \infty$ also harte Wand

**Aufgabe 8:**

$\langle H|H\rangle = \langle V|V\rangle = 1,\ \langle H|V\rangle = 0$
Bedingung: $\langle L|L\rangle = 1 \Rightarrow N = 1/\sqrt2$
b) Gedrehte zustaende:
$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt2}(|H\rangle + |V\rangle)$
$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt2}(|H\rangle - |V\rangle)$
Invertieren:
$|H\rangle = \frac{1}{\sqrt2}(|+\rangle + |-\rangle)$
$|V\rangle = \frac{1}{\sqrt2}(|+\rangle - |-\rangle)$
Einsetzen
c) $|+\rangle \rightarrow e^{ikn_+d}|+\rangle$
$|-\rangle \rightarrow e^{ikn_-d}|-\rangle$
Grundsaetlich:
Phase $= e^{iknd},\ k = \frac{2\pi}{\lambda}$
Doppelbrechung:
$\Delta\phi = k(n_+ - n_-)d$
d) Nur relative Phasen sind entscheidend

**Aufgaben 9:**

In Luft ist optische Wellenlaenge =d, im Glas $= n_Gd$
zusaetzliche laenge: $\Delta L = (n_G-1)d$
Phasenverschiebung:
$\Delta\phi(d) = \frac{2\pi}{\lambda}(n_G-1)d$
Fuer ideales Mach-Zehnder gilt:
$P_{D1}(d) = \cos^2(\frac{\Delta\phi(d)}{2})$
$P_{D2} = \sin^2(\frac{\Delta\phi(d)}{2})$
Bedingung fuer Maximum/Minimum:
Max von $P_{D1}$: $\Delta\phi = 2\pi m$
Min von $P_{D2}$:$\Delta\phi = (2m+1)\pi$
Es folgt: $d_{min} = \frac{\lambda}{2(n_G-1)}$

**Aucfgabe 10. Stern Gerlach.**

a ) Hier $S = 3/2$
gemessen wird $S_y$
Also $m_y = -\frac32, -\frac12, \frac12, \frac32$
Also # = $2S+1 = 4$ Moegliche Stahlen.
b) Wenn man nun nur 3/2 durch blende durchlaesst, wird man danach nur noch 1 SPot sehen
c) Wenn urspruenglich 4 Strahlen, von den $S_y$ SG, werden im neuen der $S_x$ misst, dann eine Matrix mit 16 Felcken sein.

**Klausur 2020**

**Aufgabe 1) Exotisches Atom**

Wasserstoffaehnliche Energien:
$E_n = -\frac{\mu}{m_e}\frac{Z^2}{n^2}\cdot 13.6eV$
$\mu = \frac{m_{kern}m}{m_{kern}+m}$
b) Wasserstoggaehnliche Ionen
$E_n = -\frac{\mu}{m_e}\frac{Z^2}{n^2}\cdot13.6eV$
c) Definition Lymann:
$\Delta E = E_2 - E_1$

**Aufgabe 2 Dipol,Radial,Kugel**

a) l = m+bauch-1 (= Nullstellen)
m = wie oft phasencolor
(rotsym: m=0),
b) Radialfunktion zeichnen:
fuer l=0, radialteil hat endlichen wert, startet nicht bei null
Radialknoten= n-l-1

**Aufgabe 3: Zeeman effekt, Termschema**

Normaler Zeemanefekkt:
$\Delta E = \mu_BBm_l$
$\mu_B$ =Borhsches magneton, $m_l = -l,..,l$
a) Energien:
$E_{3D,m_l} = E_{3D}^0 + \mu_BBm_l$,
also 5 zeeman Unterniveaus.
c) Übergangsenergie:
$\Delta E = m\mu_B\cdot B$
für Photonen:
$E_\gamma = (E_{3D} - E_{2P}) + (m_i - m_f)\mu_BB$
$\Rightarrow$ 3 Energien $\Rightarrow$ 3 Wellenlängen
d) $\pi$-Strahlung nur entlag einer Achse (nur 2 Energien)
nur zirkulare Polarisation

**Aufgabe 4: Qm im Kastenpotenzaal**

a) Normierungsfaktorbestimmen, immer $\langle\psi|\psi\rangle = 1 = \int|\psi|^2dx$ nutzen und dann $\langle\psi_m|\psi_n\rangle = \delta_{mn}$
b) zeichnen, Wahrscheinlichkeitsverteilung:
$|\psi|^2 \Rightarrow$ nix negativ.
c) Zeitentwicklung in Eigenzustand ez, nur pahsenfaktor.
$\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt2}\sum_j(\psi_j(x)e^{\frac{-iE_kt}{\hbar}}$
d) $|\psi(x,t)|^2 =$
$\frac12\left(|\psi_0|^2 + |\psi_1|^2 + 2\psi_0\psi_1c\cos(\frac{E_1-E_0}{\hbar}\cdot t)\right)$

**Teilchen im doppeltopfpot**

a) Eigenzustand: $\hat H|R\rangle$ , $\hat H|L\rangle$
Eigenwerte. $\hat H|$ + bzw.$-\rangle$

b) $P_R = |\langle R|\psi\rangle|^2, |a|^2 + |b|^2 = 1$
$|\psi\rangle = a|L\rangle + e^{i\varphi} b|R\rangle$
c)Man erwartet oszilation, weil L und R keine eigenzustaende, nur ueberlagerunge, und inder zeit phaseninterferenz auftritt

**Energieeigenzustaende in 2D**
Energieeingwerte des harm oszi mit potenzaal $W(x) = 0.5 m\omega x^2$
$E_n = \hbar\omega(n + \frac{1}{2}), n = 0, 1, 2...$
b) 1 D Kastenpotenzaal:
$E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2md^2}, n = 1, 2, 3$
Qunatisierung uber sin, im potenzaal und $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$
c/d/e) Wenn Potential: $V(x, y) = W(x) + U(y)$, dann ist $\psi(x, y) = \phi(x) \cdot \chi(y)$und $E = E_x + E_y$

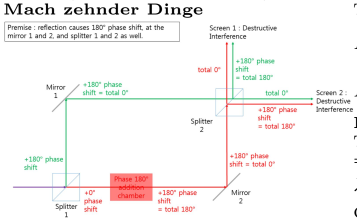
**Potenzaalstufe**
Ansaetze:
$\psi_1(x) = Ae^{ik_1 x} + Be^{-ik_1 x}$
$\psi_2(x) = Ce^{ik_2 x}$
Aalgmein:
$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V = E \Rightarrow k = \frac{\sqrt{2m(E-V)}}{\hbar}$
b) Randbedingungen wie immer: $\psi_1(x_0) = \psi_2(0), \psi_1'(0) = \psi_2'(0)$
c) Reflexionskoeefizient absteigende Stufe:
$0 \leqslant R \leqslant 1$
Bei steigender Stufe: kann wenn $E < V_0$, R=1 sein, anosnten auch $0 \leqslant R \leqslant 1$
d) Wellenfunkt., Zeichnen nach Potenzaalstufe:
$\rightarrow V = 0$ freies teilchen mit Wellenzahl $k_1$
$\rightarrow V \neq 0, E > V$ Wellenfunk. bleibt oszilierend aber mit laengere, oder kuerzeren wellenlaenge, und reflektion moeglich.
$\rightarrow V >> E$ Wellenzahl wird imaginaer, funktion expotnetiell abfallen, nur tunnelerffekt
$\lambda = \frac{2\pi}{k}$, wenn pot faellt, wird wellenlaenge kuerzer

**Aufg. 8 Polarisationszustaende**
Jede Komponente bekommt Phase:
H-Komponente $\phi_H = kn_x d$
V: $\phi_V = kn_y d$
$\Rightarrow |f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i\phi_H}|H\rangle + e^{i\Phi_V}|V\rangle)$
Relevanz nur relative Phase:
$\Delta\phi = kd(n_y - n_x)$ und $\phi_H$ als globalens irrelevsanten (referenzphase) nutzen:
$|f\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|H\rangle + e^{i\Delta\phi}|V\rangle)$
$\Rightarrow$ zirkularpolarisiert

**Aufg 10 Stern gerlach**
$S \rightarrow 2S + 1$moegliche Zeemanzustaende
Grundsaetlcih:

| Spin | MS-Werte | # Strahl |
|---|---|---|
| $\frac{1}{2}$ | $-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}$ | 2 |
| 1 | -1,0,+1 | 3 |
| $\frac{3}{2}$ | $-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, +\frac{3}{2}$ | 4 |

**Mach zehnder Dinge**




Zustaende ↑ und ↓, nach dem ersten ST1:
$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + i|\downarrow\rangle)$, i wegen reflexions phasenverschiebung
jeder arm, sammlt phase, $\phi = \frac{2\pi}{\lambda} nL$
Vor dem zweiten ST2:
$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle + ie^{i\Delta\phi}|\downarrow\rangle)$
Dann ST2 und konstruktive oder destrukitve Interferenz:
$\rightarrow P_{D1} = \cos^2(\frac{\Delta\phi}{2})$
$\rightarrow P_{D2} = \sin^2(\frac{\Delta\phi}{2})$
Transfermatrix fuer nach ST1,vor ST2
$\begin{pmatrix} e^{i\Delta\phi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
$k = \frac{\sqrt{2m(E-V_0)}}{\hbar}$
$\Delta\phi = (kv_0 - k_0)L$

**Gestoertes Kastenpotentzaals**
a) Ansatz ungestoertes Kastenpot:
$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{d}}\sin(\frac{n\pi x}{d}), n = 1, 2, 3, \ldots$
b) Nur ungerade Eigenfunktionen spueren die Steorung, weil die geraden haben knoten inner Mitte
c) $E_n = E_n^{(0)} + \frac{2A}{d}$

**Aug.5 SchroedingerGl.**
Herleitung Orsoperator im Impulsraum
Gesucht $\langle p|\hat{x}|\psi\rangle$,
dann $1 = \int dx|x\rangle\langle x|$
$\langle p|\hat{x}|\psi\rangle = \int dx\langle p|x\rangle x\langle x|\psi\rangle$
$\langle x|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{ipx/\hbar}$
$\Rightarrow \langle p|x\rangle = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hbar}} e^{-ipx/\hbar}$
Einsetzen und Ableitung nach $p$ erkennen.
$\hat{x}_{p-raum} = i\hbar\frac{\partial}{\partial p}$
b) SchroerdingerGl im Impulsdarstellung fuer $V(\hat{x}) = \hat{x}^2$
$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{x})$
$\hat{p} \rightarrow p$
$\hat{x} \rightarrow i\hbar\frac{\partial}{\partial p}$

**WS17/18**
**Aufg.1 Potenzaal**
Erwartungswert Energie:
$\langle E\rangle = \sum_n |c_n|^2 E_n$ und $E_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega, E_1 \frac{3}{2}\hbar\omega$
$\langle E^2\rangle = \sum_n |c_n|^2 E_n^2$

## Zeddluffgaben

**Phoddoeffekt**
$eU_a = W_a - h\nu$
AnzahlPhotonen in t=1s mit P
$N = \frac{Pt}{h\nu} = \frac{Pt\lambda}{hc}$
Maximaler Photostrom:
$I_{max} = \frac{Ne}{t}$

**Zerlegung Basisi**
$\langle a_m|b_j\rangle = \langle a_m|\sum_k c_{jk}|a_k\rangle = c_{jk}\delta_{mk} = c_{jm}$

**Verzoegerungsplatte**
$\Delta\phi = \Delta \cdot c = \frac{2\pi}{\lambda}(n_l - n_s)d$
Transfermatritzen von $\lambda/2(4)$-Platte:
$M_{\lambda/2} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
$M_{\lambda/4} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$

**De-Broglie**
Teilchen mit Impuls: $p = mv$
$\Rightarrow \lambda_{dB} = h/p$
$\lambda_{dB} = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mE}}$
Orte Konstanter Phase:
$\vec{k}\vec{r} - \omega t = C$
Phasen und GruppenV
$v_g = \frac{\partial\omega}{\partial k}, v_p = \frac{\omega}{k} = \lambda\nu$

**Kastenpotential**:
$E_{n_x} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(n_x\frac{\pi}{d}\right)^2$
Normierungskonstate: $A = \sqrt{\frac{2}{d}}e^{i\varphi}$
$\langle x|n_x\rangle = A\sin(n_x\frac{\pi}{d}x)$

**Potenzaalstufe**
Wellenfunktion:
$\Psi(x, t) = e^{-i\frac{E}{\hbar}t}\psi(x)$
mit $\psi(x) = Ae^{ikx}$
Wahrscheinlichkeitsstrom:
$j = \frac{\hbar k}{m}|A|^2$
Transmission/Refrexionskoeefizienten:
$R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$
$T = \frac{k_2|C|^2}{k_1|A|^2}$
$R + T = 1$

**Wasserstofaehnliches**
$\lambda_H = \frac{2\pi\hbar c}{-R_H(1/4-1)}$
$R_M = R_H\frac{\mu_M}{\mu_H} = \frac{2\pi\hbar c}{3\lambda_M/4}$
$m_M = \frac{\mu_m m_p}{m_p - \mu_M}$

**Borhsches**
Borhradius:
$r_n = 4\pi\epsilon_0\frac{\hbar^2}{\mu Ze^2}n^2$
Borh-V
$v_n = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0\hbar n}$
Bohr-E:
$E_n = -\frac{\mu e^4 Z^2}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2}$
Umlaufdauer: $t_n = \frac{2\pi r_n}{v_n}$

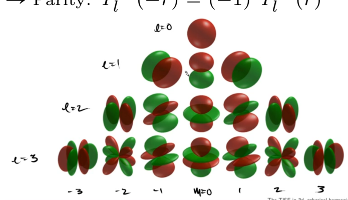
**Gemittelte Geschwindikeit**
$v_{rms} = \sqrt{< v^2 >} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$

**Interferometer**
$T + R = 1$
$T_{st} = \begin{pmatrix} \sqrt{T} & i\sqrt{R} \\ i\sqrt{R} & \sqrt{T} \end{pmatrix}$
Spigel hat R=1 und: $T_S = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
Phasenshift:
$T_{ph} = \begin{pmatrix} e^{i\phi} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

**Polarisation**:
Linkszirkular:
$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|H\rangle + i|V\rangle\}$
Rechtszirkular:
$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\{|H\rangle - i|V\rangle\}$

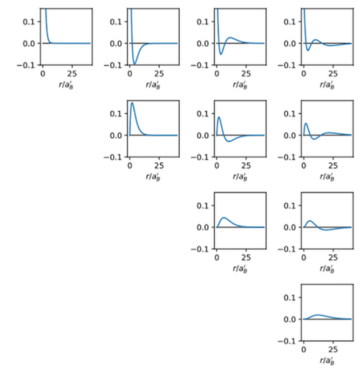
## Spherical Harmonics

$\rightarrow$ Parity: $Y_l^m(-r) = (-1)^l Y_l^m(r)$




**Regel fuer l,m**:
—m— aus Phase erkennen, dann
$l = m + \#Bauch - 1$

**Radialfunktion:**

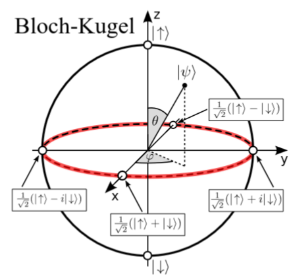


linksnach rechts n=1 aufsteigend, oben unten aufsteigend von l=0

**Quantenzahlen bstimmen**
$n$ = (Radiale Knoten) + $l$ + 1
Winklige Knoten = l
azitumale Knoten = $|m|$ (Rotationssymmetrsicum z-achse $\Rightarrow$ m=0)

**Regeln**
**Uebergangsregeln:**
$\Delta m = 0, \pm 1 \quad \Delta l = \pm 1$
**Polatisation:**
$\Delta m = 0 \rightarrow$ linear
$\Delta m = \pm 1 \rightarrow$zirkulaer

**Blochkugelchen**



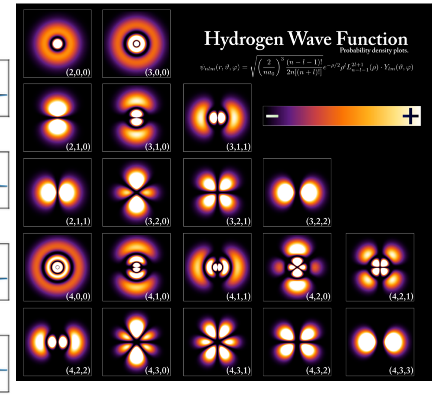

$|\psi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|\uparrow\rangle + \sin\frac{\theta}{2}e^{i\phi}|\downarrow\rangle$

**Beugung**
Beugungswinkel fuer k-te max:
$g\sin\alpha_k = k\lambda$
Minima
$g\sin\beta_k = \left(k + \frac{1}{N}\right)\lambda$

**Wellenfunktion Zeichnen**
$E > V$ : Curvature zur Nullinie
$E < V$ : Curvature weg von Nullinie

## Mathe-Dinge

**Power Reduction Formular**
$\cos^2\theta = \frac{1+\cos(2\theta)}{2}, \quad \sin^2\theta = \frac{1-\cos(2\theta)}{2}$
**Trig** $e^{ix} \pm e^{-ix} = 2(\cos x, i\sin x)$
**Beitrag von Phase:**
$|e^{i\alpha}| = 1 \quad |z|^2 = z^* z$ **Andere Bilderchen**




## Things To Add