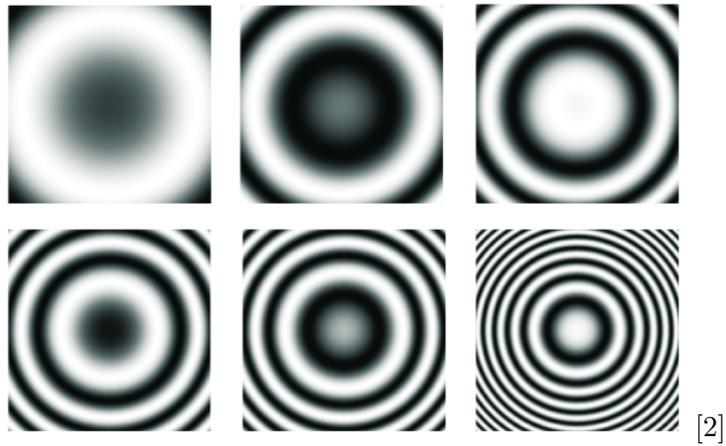


Versuch 232 - Michelsoninterferometer

PAP 2.1, [1]

11.11.2024



Teilnehmender Student: **Jonathan Rodemers**

Gruppe des Teilnehmenden: 4

Kurs: Montags

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Messverfahren	1
1.3	Grundlagen aus der Physik	1
1.3.1	Interferenzen und Phasendifferenzen	1
1.3.2	Wegdifferenz und Wellenlängenberechnung	2
1.3.3	Brechungsindex von Luft	2
1.3.4	Kohärenzlänge	2
2	Durchführung	4
2.1	Messprotokoll	4
3	Auswertung	5
3.1	Wellenlängenbestimmung	5
3.2	Bestimmung des Brechungsindex	6
3.3	Abschätzen der Kohärenzlänge	7
4	Zusammenfassung und Diskussion	9
5	Anhang	10
	Quellen- und Literaturverzeichnis	14

1. Einleitung

1.1 Motivation

Das Michelson-Interferometer ist in der Experimentalphysik ein wichtiges Instrument für Präzisionsmessungen. Wir konduktieren dieses Experiment weil seine Anwendung bei der Bestimmung grundlegender Eigenschaften wie der Wellenlänge des Lichts, dem Brechungsindex der Luft und der Kohärenzlänge wichtig ist. Die Fähigkeit des Interferometers, Interferenzmuster aus geteilten Lichtwellen zu erzeugen, ermöglicht es uns, Abstände präzise zu messen und Wellenphänomene zu untersuchen.

1.2 Messverfahren

Das Experiment wird mit einem Michelson-Interferometer durchgeführt, das aus einem Laser, einem Strahlteiler, Spiegeln und einem Detektionsschirm besteht. Der Strahlteiler teilt das einfallende Laserlicht in zwei Pfade, die jeweils auf einen Spiegel gerichtet sind. Die reflektierten Strahlen werden dann rekombiniert, um ein Interferenzmuster zu erzeugen. Durch vorsichtiges Einstellen der Position eines der Spiegel verschiebt sich das Interferenzmuster und ermöglicht die Messung der Wellenlänge des Laserlichts. Bei diesem Vrefahren werden auch die Interferenzstreifen auf einem Detektor gezählt, wenn sich der Spiegel um eine bekannte Strecke bewegt. Zusätzliche Geräte wie eine Küvette mit einstellbarem Luftdruck und ein Thermometer ermöglichen die Messung des Brechungsindex der Luft durch Beobachtung der Veränderungen des Interferenzmusters, wenn der Luftdruck verändert wird.

1.3 Grundlagen aus der Physik

Das Michelson-Interferometer funktioniert mittels Welleninterferenz. Wenn sich zwei Lichtwellen mit gleicher Wellenlänge und Frequenz überlagern, erzeugen sie ein Interferenzmuster, dessen Intensität sich entsprechend der Phasendifferenz zwischen den Wellen ändert. In diesem Aufbau teilt ein Strahlteiler einen Laserstrahl in zwei Wege auf. Jeder Weg wird von einem Spiegel reflektiert und kehrt zurück, um sich am Strahlteiler zu rekombinieren, wodurch ein Interferenzmuster entsteht, das auf einem Bildschirm oder Detektor beobachtet werden kann.

1.3.1 Interferenzen und Phasendifferenzen

Die elektrischen Felder der beiden Lichtwellen in den Interferometerarmen können wie folgt beschrieben werden:

$$E_1 = E_{01}e^{i(\omega t - kr + \phi_1)} \quad (1.1)$$

$$E_2 = E_{02}e^{i(\omega t - kr + \phi_2)} \quad (1.2)$$

wobei E_{0i} die Amplituden, ω die Kreisfrequenz, k der Wellenvektor und ϕ_1 und ϕ_2 die Anfangsphasen sind. Die Überlagerung dieser Felder führt zu einer kombinierten Intensität, die gegeben ist durch:

$$I_S \propto |E_1 + E_2|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 + 2E_{01}E_{02} \cos \phi \quad (1.3)$$

wobei die Interferenz $2E_{01}E_{02} \cos \phi$ von der Phasendifferenz $\phi = (k_1 - k_2)r\phi_1 - \phi_2$ abhängt.

Konstruktive Interferenz tritt auf, wenn die Phasendifferenz $\phi = 2m\pi$ (für $m \in \mathbb{Z}$) ist, was zu hellen Streifen führt. Destruktive Interferenz, die zu dunklen Streifen führt, tritt auf, wenn $\phi = (2m + 1)\pi$.

1.3.2 Wegdifferenz und Wellenlängenberechnung

Beim Michelson-Interferometer ergibt sich die Phasendifferenz aus dem optischen Gangunterschied Δ zwischen den beiden Armen (also den unterschiedlichen Wegen). Dieser Gangunterschied kann durch die Bewegung eines der Spiegel gesteuert werden. Bei einer Verschiebung Δx des beweglichen Spiegels ergibt sich der Gangunterschied

$$\Delta = 2\Delta x \quad (1.4)$$

weil das Licht zum Spiegel und zurück wandert. Jede Verschiebung von $\Delta x = \frac{\lambda}{2}$ führt zu einem neuen Interferenzstreifen, wodurch sich das Muster um eine Streifenanzahl verschiebt. Durch Zählen der Anzahl der Streifen Δm , die bei der Bewegung des Spiegels beobachtet werden, kann man die Wellenlänge λ des Lichts berechnen:

$$\lambda = \frac{2\Delta x}{\Delta m} \quad (1.5)$$

1.3.3 Brechungsindex von Luft

Um den Brechungsindex von Luft zu messen, wird eine Küvette in einen Arm des Interferometers eingesetzt. Indem wir den Luftdruck in der Küvette verändern, verändern wir die optische Weglänge aufgrund von Änderungen des Brechungsindex n . Die optische Weglänge Δ , die durch eine Änderung des Brechungsindex Δn verursacht wird, ist gegeben durch:

$$\Delta = 2a\Delta n \quad (1.6)$$

wobei a die Länge der Küvette ist und die 2 berücksichtigt, dass das Licht die Küvette zweimal durchlaufen muss. Betrachtet man die Änderung der Streifenzahl Δm , wenn sich der Druck ändert, kann man Δn mit Hilfe der folgenden Formel ermitteln:

$$\Delta n = \frac{\lambda\Delta m}{2a} \quad (1.7)$$

Mit dieser Berechnung kann der Brechungsindex der Luft bestimmt werden, der vom Druck p und der Temperatur T abhängt. Für normale atmosphärische Bedingungen kann der Brechungsindex n_0 wie folgt korrigiert werden:

$$n_0 - 1 = \frac{p_0 T}{p T_0} (n - 1) \quad (1.8)$$

wobei p_0 und T_0 Werte für atmosphärischen Druck und Temperatur bei Normalbedingungen sind.

1.3.4 Kohärenzlänge

Das Michelson-Interferometer ermöglicht auch die Messung der Kohärenzlänge, d.h. des Abstands, über den Lichtwellen eine feste Phasenbeziehung behalten. Bei einer Lichtquelle mit begrenzter

Kohärenzlänge, z.B. einer LED, werden Interferenzstreifen nur dann beobachtet, wenn die optische Wegdifferenz Δ innerhalb dieser Kohärenzlänge liegt. Die Kohärenzlänge L steht im Zusammenhang mit der spektralen Bandbreite $\Delta\lambda$ der Lichtquelle:

$$L = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \quad (1.9)$$

Die Kohärenzlänge kann also experimentell bestimmt werden.

2. Durchführung

2.1 Messprotokoll

counts	K	ΔK	aus 3mm start	verschiebung end (mm)	$\Delta \bar{x}$
K ₁	11106	5	0mm	2,364	9µm
K ₂	11125	5	0,1mm	3,062	
K ₃	11126	5	3,1mm	0,141	
K ₄	11134	5	0,2mm	3,174	
K ₅	11125	5	3,2mm	0,241	

Aufgabe 2) (Torr)	P ₀	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄	P ₅	P ₆	P ₇	P ₈	P ₉	P ₁₀
	-755	-690	-615	-540	-465	-390	-320	-245	-170	-95	-25
	-753	-685	-615	-540	-465	-390	-320	-245	-170	-95	-20
	-750	-685	-610	-535	-460	-385	-315	-240	-165	-90	-20

skalenfehler : ± 2 Torr

Thang 11.11.2024

3. Auswertung

3.1 Wellenlängenbestimmung

Mithilfe der Formel 1.5 können wir mit der Wegdifferenz des verstellbaren Spiegels und der vorbeiziehenden Maxima die Wellenlänge des Grünen Lasers bestimmen. Dabei berücksichtigen wir den Fehler durch die Gaussche Fortpflanzungsformel mit:

$$\Delta\lambda = \sqrt{\left(\frac{2}{\Delta m} \Delta\Delta x\right)^2 + \left(\frac{-2\Delta x}{\Delta m^2} \Delta\Delta m\right)^2} \quad (3.1)$$

Dabei beschreibt $\Delta\Delta x$ den Fehler der Verschiebungsdifferenz und $\Delta\Delta m$ den Fehler der gezählten Wellenberge.

So erhalten wir für unserer Messreihe: Daraus bilden wir den Mittelwert und ermitteln den

Versuchsnummer	Wellenlänge
λ_1	$(534 \pm 240)\text{nm}$
λ_2	$(532 \pm 239)\text{nm}$
λ_3	$(532 \pm 239)\text{nm}$
λ_4	$(534 \pm 240)\text{nm}$
λ_5	$(532 \pm 239)\text{nm}$

Tabelle 3.1: Messreihe zu den Wellenlängen

Mittleren Fehler des Mittelwerts und erhalten:

$$\lambda = (532,8 \pm 0,5)\text{nm}$$

Der Fehler der Messuhr ist vernachlässigbar, da der Fehler der Counts mehr gewichtet wird. Außerdem nutzen wir für das Ergebniss den Fehler des Mittelwerts, dort sind die Fehler der Einzelmessungen bereits beinhaltet.

Ein Vergleich mit der Herstellerangabe von $(532 \pm 1)\text{nm}$ [2] ergibt eine Abweichung von $0,7\sigma$, welches für eine kleine Abweihnng spricht und uns damit die Präzission dieser Messung verdeutlicht.

3.2 Bestimmung des Brechungsindex

Mithilfe der Formel 1.7, die wir in Formel 1.8 einsetzen können wir den Brechungsindex bestimmen, dazu nutzen wir den Quotienten $\frac{\Delta m}{p}$ und plotten die gezählten Maxima als Funktion des Drucks, dann ist die Steigung dieser Linearen Kurve gerade $\frac{\Delta m}{p}$ und mithilfe dessen können wir dann n_0 bestimmen.

Wir definieren die Steigung $\frac{\Delta m}{p}$ als b und $(n_0 - 1) = \Omega$

Die Plots der drei Messreihen sehen so aus:

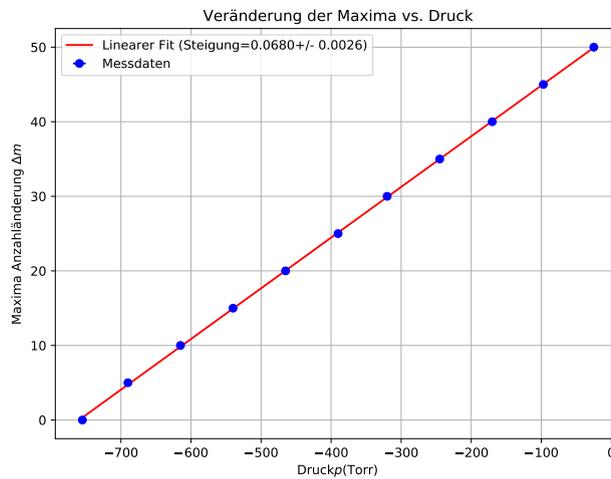


Abbildung 3.1: Messreihe 1: Maxima vs. Druck

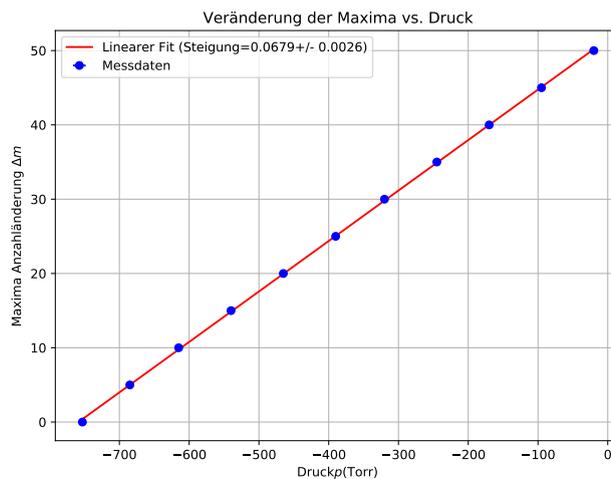


Abbildung 3.2: Messreihe 2: Maxima vs. Druck

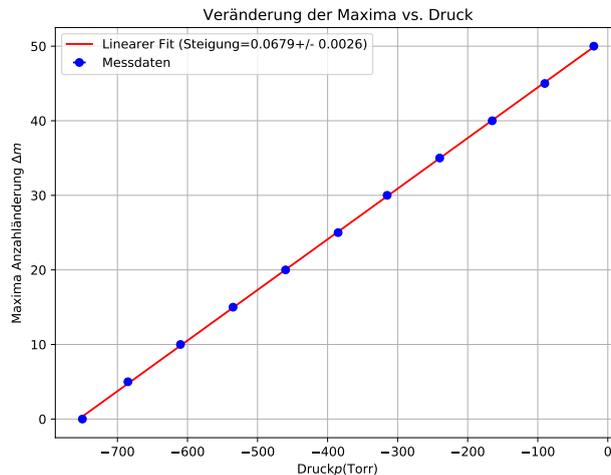


Abbildung 3.3: Messreihe 3: Maxima vs. Druck

Daraus ergibt sich für die Steigung ein Mittelwert von

$$\bar{b} = (0.0679 \pm 0.0026)$$

Dabei wurde der Fehler als Mittelwert der einzelnen Fehler angegeben, da der statistische Fehler bei 3 Messungen nicht ausreichend ist.

Nun können wir n_0 bestimmen und nutzen dabei folgende Formel:

$$n_0 = \Omega + 1 \tag{3.2}$$

Dabei ist:

$$\Omega = \frac{\lambda * b * p_0 * T}{2aT_0} \tag{3.3}$$

Mit dem Fehler:

$$\Omega^2 = \left(\frac{Tbp_0}{2T_0a} \Delta\lambda\right)^2 + \left(\frac{-Tbp_0\lambda}{2T_0a^2} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{Tp_0\lambda}{2T_0a} \Delta b\right)^2 + \left(\frac{bp_0\lambda}{2T_0a} \Delta T\right)^2 \tag{3.4}$$

Somit ergibt sich ein Wert von:

$$n_0 = (1.000298 \pm 0,000011)$$

3.3 Abschätzen der Kohärenzlänge

Wir können aus dem Signal nun die Peaks bestimmen und eine Einhüllende Gaußkurve über die Peaks legen, diese Gaußkurve ergibt uns dann die Gausparameter, wie z.B. die Standardabweichung, deren 4-fachen Wert wir als benötigte Zeit nutzen können.

Die Kohärenzlänge lässt sich also abschätzen als:

$$L = 4v\sigma \tag{3.5}$$

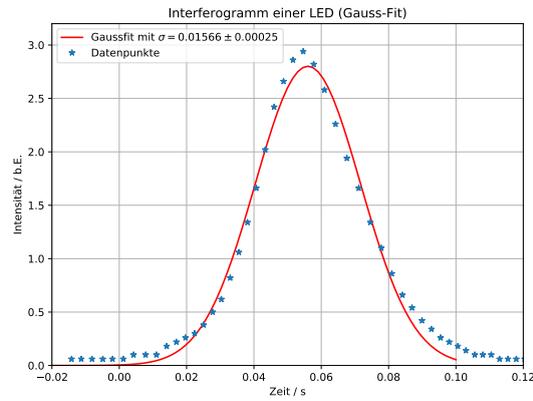


Abbildung 3.4: Gaußkurve als Fit für die Peaks der Intensität des Lichts

Mit dem Fehler:

$$\Delta L = 4v\Delta\sigma \quad (3.6)$$

Wobei σ die Standardabweichung des Gaussfitts ist und v die Geschwindigkeit des Spiegels. Daraus ergibt sich:

$$L = (6,26 \pm 0,10)\mu\text{m}$$

4. Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Experiment haben wir ein Michelson-Interferometer eingesetzt, um die Wellenlänge eines grünen Lasers, den Brechungsindex von Luft und die Kohärenzlänge einer LED zu bestimmen. Durch langsames Einstellen der Position eines beweglichen Spiegels konnten wir Interferenzstreifen beobachten und anhand der Verschiebung dieser Streifen die Wellenlänge des Lasers berechnen. Dabei berechneten wir für die Laserwellenlänge einen Mittelwert von

$$\lambda = (532,8 \pm 0,5)\text{nm}$$

Dieser stimmt gut mit der Herstellerangabe von 532 ± 1 nm überein, was eine Abweichung innerhalb von $0,7 \sigma$ aufweist. Dies ist ein Beweis für die Präzision unserer Messung. Für den Brechungsindex von Luft haben wir den Druck in einer Küvette verändert und die daraus resultierenden Streifenverschiebungen gemessen und einen Brechungsindex von

$$n_0 = 1,000298 \pm 0,000011$$

berechnet, der mit den Standardwerten unter normalen atmosphärischen Bedingungen übereinstimmt. Außerdem haben wir durch Analyse der Kohärenzeigenschaften einer LED eine Kohärenzlänge von

$$L = (6,26 \pm 0,10)\mu\text{m}$$

abschätzen können, was den erwarteten Werten für Lichtquellen wie LEDs entspricht [3].

Trotz der allgemeinen Genauigkeit der Ergebnisse könnten einige Fehlerquellen unsere Messungen beeinflusst haben. Bei der Wellenlängenmessung des Lasers zeichnete der Wellenbergcounter aufgrund von Hintergrundrauschen gelegentlich fehlerhafte Zählungen auf, was die Genauigkeit unserer Streifenzählung leicht beeinträchtigt haben könnte. Darüber hinaus könnten geringfügige Fehlausrichtungen der Spiegelpositionen oder Schwankungen der Umgebungstemperatur zu systematischen Abweichungen geführt haben, insbesondere bei der Messung des Brechungsindex, bei der die genaue Kontrolle des Drucks in der Küvette entscheidend war. Bei der Abschätzung der Kohärenzlänge könnte die Anpassung der Gauß'schen Kurve durch Rauschen im LED-Signal beeinträchtigt worden sein, was sich möglicherweise auf die Genauigkeit der Berechnung der Standardabweichung zur Bestimmung der Kohärenzlänge auswirkt.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass dieses Experiment ein Erfolg war, da wir Ergebnisse erzielt haben, die den theoretischen Erwartungen und bekannten Referenzwerten sehr nahe kommen und die Wirksamkeit des Michelson-Interferometers für hochpräzise optische Messungen belegen.

5. Anhang

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

# Constants
lambda_val = 532e-9 # Wellenlänge laser
a = 50e-3 #kuevettenlänge
p0 = 760 # standarddruck in torr
T0 = 273.15 # standarddruck in Kelvin
T = 298.15 #Raumtemp in Kelvin

p_values_torr = np.array([-755,-690,-615,-540,-465,-390,-320,-245,-170,-97,-25])
delta_m_values = np.array([0,5,10,15,20,25,30,35,40,45,50])

# fehler für den druck
delta_m_errors = np.array([2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2])

#lineare fit funktion
def linear_fit(p, slope, c):
    return slope * p + c

# fitten
popt, pcov = curve_fit(linear_fit, p_values_torr, delta_m_values, sigma=delta_m_values,
absolute_sigma=True)
slope = popt[0]
slope_error = np.sqrt(pcov[0, 0])
slope_1 = popt[0]
errslope_1 = slope_error
# kurve bauen
fitted_line = linear_fit(p_values_torr, slope, popt[1])

# Ploten
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.errorbar(p_values_torr, delta_m_values, xerr=delta_m_errors, fmt='o',
label='Messdaten',
color='blue')
```

```
plt.plot(p_values_torr, fitted_line, '-', label=f'Linearer Fit
(Steigung={slope:.4f})+/-
{slope_error:.4f}', color='red')
```

```
plt.xlabel('Druck$p$(Torr)')
plt.ylabel('Maxima Anzahl nderung $\Delta m$')
plt.title('Ver nderung der Maxima vs. Druck')
plt.legend()
plt.grid()
#plt.show()
plt.savefig('druck1.pdf', format='pdf')
```

```
Werte = [slope_1, slope_2, slope_3]
errWerte = [errslope_1, errslope_2, errslope_3]
Mean = np.mean(Werte)
err = np.std(Werte, ddof=1) / np.sqrt(np.size(Werte))
bettererr = np.mean(errWerte)
```

```
print(Mean)
print(err)
print(bettererr)
```

```
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy import signal
from scipy.optimize import curve_fit
```

```
t, U = np.loadtxt('TEK00007.CSV', delimiter=",", skiprows=18,
unpack=True)
```

```
peakind = signal.find_peaks_cwt(U, np.arange(1, 30), noise_perc=20)
```

```
def fitFunc(t, a, mu, sigma):
    return a * np.exp(-((t - mu) ** 2) / (2 * sigma ** 2)) /
(sigma * np.sqrt(2 * np.pi))
```

```
popt, pcov = curve_fit(fitFunc, t[peakind], U[peakind])

a, mu, sigma = popt
sigma_error = np.sqrt(pcov[2, 2]) # Standard error of sigma

x = np.linspace(-0.05, 0.1, 100)

plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.plot(x, fitFunc(x, *popt), label=f'Gaussfit mit  $\sigma = \{sigma:.5f\}$ 
 $\pm \{sigma\_error:.5f\}$ ', color='red')
plt.plot(t[peakind], U[peakind], marker='*', linewidth=0,
label='Datenpunkte')

plt.xlabel('Zeit / s')
plt.ylabel('Intensit t / b.E.')
plt.title('Interferogramm einer LED (Gauss-Fit)')
plt.axis([-0.02, 0.12, 0, 3.2])
plt.legend()
plt.grid()

plt.savefig('interferogramm_3.pdf', format='pdf')

print(f'a = {a}, mu = {mu}, sigma = {sigma}    {sigma_error}')

x_1 = np.array([0, 0.1, 3.1, 0.2, 3.2])
x_2 = np.array([2.964, 3.062, 0.141, 3.174, 0.241])
Deltax_1 = 12.7e-6
Deltam = 5
data_m = np.array([11106, 11125, 11126, 11134, 11129])
def delta(x_1, x_2):
    return abs(x_1-x_2)
```

```

delta_x= []
for i in range(len(x_1)):
    c = delta(x_1[i],x_2[i])
    delta_x.append(c)

#print(delta_x)

def errorwave(x,m,Deltax_1,Deltam):
    return np.sqrt(((2/m)*Deltax_1)**2 + ((-2*x/m**2)*Deltam)**2)

def wavelenght(x,m):
    return (2*x*10**(-3))/m
w=[]
for i in range(len(x_1)):
    c = wavelenght(delta_x[i],data_m[i])
    w.append(c)

z=[]
for i in range(len(x_1)):
    c = errorwave(delta_x[i],data_m[i],Deltax_1,Deltam)
    z.append(c)

#print(w)
#print(z)

mean = np.mean(w)
stadnarterr = np.std(w, ddof=1) / np.sqrt(np.size(w))

print(mean)
print(stadnarterr)

```

Quellen- und Literaturverzeichnis

- [1] CAPTAIN JONI: *pap1-tex-vorlage*. <https://github.com/captain-joni/pap1-tex-vorlage>. – [Online; Stand 28.08.2024]
- [2] DR. J. WAGNER: *Physikalisches Praktikum 1 für Studierende der Physik B.Sc.* <https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/PAP1.pdf>. – [Online; Stand 01/2014]
- [3] WIKIPEDIA: *LED Kohärenzzeit*. <https://de.wikipedia.org/wiki/Koh%C3%A4renzl%C3%A4nge>. – [Online; Stand 13.011.2024]