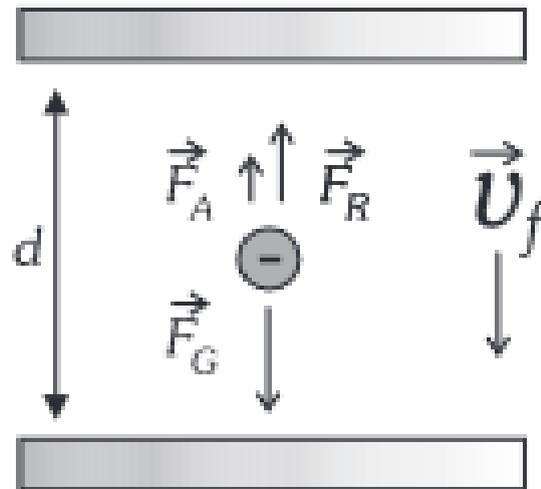


Versuch 22 -Millikanversuch

PAP 1, [2] [1]

12.09.2024



Teilnehmender Student: **Jonathan Rodemers**

Gruppe des Teilnehmenden: 1

Kurs: Nachmittags

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Messverfahren	1
1.3	Grundlagen aus der Physik	1
1.3.1	Gravitationskraft	1
1.3.2	Auftriebskraft	1
1.3.3	Stoksche Reibung	2
1.3.4	Elektrische Kraft	2
2	Durchführung	3
2.1	Messprotokol	3
3	Auswertung	7
3.1	Überprüfung der Exelrechnungen	7
3.2	Sinnhaftigkeit der gewählten Obergrenze	8
3.3	Abschätzung des systematischen Fehlers	8
3.4	Statistischer Fehler	9
3.5	Elementarladung und Vergleich	9
4	Zusammenfassung und Diskussion	10
	Quellen- und Literaturverzeichnis	11

1. Einleitung

1.1 Motivation

Das Millikan-Experiment, benannt nach Robert A. Millikan, ist eines der bekanntesten Experimente im Bereich der Experimentalphysik. Es wurde erstmals 1913 veröffentlicht und hatte zum Ziel, die Elementarladung e , der Grundladung des Elektrons, zu messen. Millikan bekam hierfür 1923 sogar einen Nobelpreis. Die genaue Bestimmung der Elementarladung ist für das Verständnis vieler Phänomene in der Physik bedeutend. Durch die Nachahmung dieses Experiments erhalten wir einen besseren praktischen Einblick.

1.2 Messverfahren

In diesem Experiment messen wir die Elementarladung, indem wir die Bewegung von kleinen, elektrisch geladenen Öltröpfchen in einem Kondensator analysieren. Der Versuchsaufbau besteht aus einer Millikan-Apparatur mit einem Plattenkondensator, dessen Platten parallel aufgebaut sind, einem Ölzerstäuber und einer Mikroskopkamera, die an ein Bildschirm angeschlossen ist. Die Öltröpfchen werden in den Raum zwischen den Kondensatorplatten eingeführt, wo ihre Bewegung unter dem Einfluss der Schwerkraft und eines angelegten elektrischen Feldes beobachtet wird. Dabei beobachtet man zwei verschiedene Bewegungen:

- Fall: Wenn kein elektrisches Feld angelegt ist, fallen die Tröpfchen aufgrund der Schwerkraft mit einer Endgeschwindigkeit v_f die durch den viskosen Widerstand (Stokessches Gesetz) entgegengesetzt ist.
- Aufstieg: Wenn ein elektrisches Feld angelegt wird, erfahren die Tröpfchen aufgrund ihrer Ladung eine zusätzliche Aufwärtskraft, was zu einem Aufstieg mit einer Geschwindigkeit v_s führt.

Durch die Messung der Fall- und Steiggeschwindigkeiten und des elektrischen Feldes zwischen den Kondensatorplatten kann die Ladung der Öltröpfchen bestimmt werden.

1.3 Grundlagen aus der Physik

Das Experiment basiert auf dem Ausgleich der Kräfte, die auf die geladenen Öltröpfchen wirken, insbesondere in einem Gravitationsfeld und unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes im Kondensator. Für ein Tröpfchen im freien Fall stehen die folgenden Kräfte im Gleichgewicht:

1.3.1 Gravitationskraft

$$F_g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{öl}} g \quad (1.1)$$

wobei r ist der Radius des Tropfens, $\rho_{\text{öl}}$ ist die Dichte des Öls, und g ist die Fallbeschleunigung.

1.3.2 Auftriebskraft

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{\text{air}} g \quad (1.2)$$

wobei ρ_{Luft} ist die Dichte der Luft ist.

1.3.3 Stoksche Reibung

$$F_R = 6\pi r\eta v \quad (1.3)$$

wobei η die dynamische Viskosität von Luft ist und v die Geschwindigkeit des Tropfens.

Bei Vorhandensein eines elektrischen Feldes wirkt eine zusätzliche elektrische Kraft auf das geladene Tröpfchen:

1.3.4 Elektrische Kraft

$$F_e = q \frac{U}{d} \quad (1.4)$$

wobei q die Ladung des Tropfens ist, U die an die Kondensatorplatten angelegte Spannung ist und d ist der Abstand zwischen den Platten.

Aus dem Gleichgewicht der Kräfte in beiden Szenarien (Fall und elektrisch unterstützter Aufstieg) ergibt sich der Radius r und die Ladung q :

$$r = \sqrt{\frac{9\eta v_f}{2\rho g}} \quad (1.5)$$

Dabei ist v_f , die Fallgeschwindigkeit des Tropfens.

$$q = (v_f + v_s) \sqrt{\frac{9v_f\eta^3}{2\rho g} \frac{6\pi d}{U}} \quad (1.6)$$

Und hier ist v_s die Geschwindigkeit des Tropfens beim steigen.

2. Durchführung

2.1 Messprotokoll

Messprotokoll

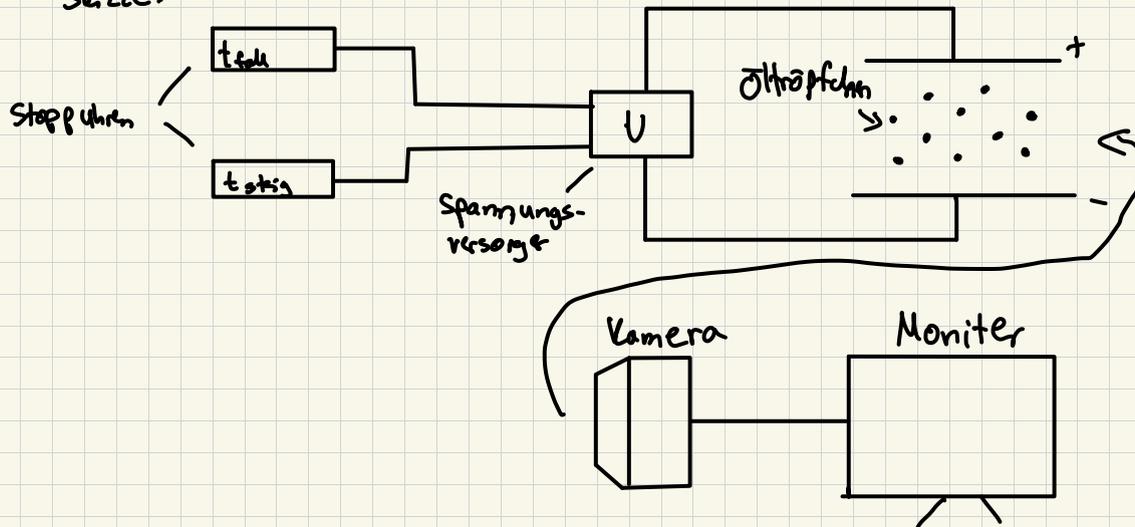
11.09.2024
13:30 Uhr - 16:30 Uhr

Theodora Lazarevic, Jonathan Podemess

Versuch 22 - Bestimmung der Elementarladung nach Millikan

- Gerät:
- Millikan Gerät
 - Mikroskop Kamera mit Bildschirm
 - Millikan Steuergerät
 - zwei elektronische Stoppuhren
 - Datenauswertung mit Excel

Skizze:



$$\Delta t_{\text{stop}} = \pm 0,01 \text{ s}$$

$$\Delta t_{\text{elektron}} = \pm 0,2 \text{ s}$$

$$\Delta \text{Skala} = \pm 1 \text{ Skt}$$

Datum: 11.03.24

Praktikumsversuch "Bestimmung der elektrischen Elementarladung nach Millikan"

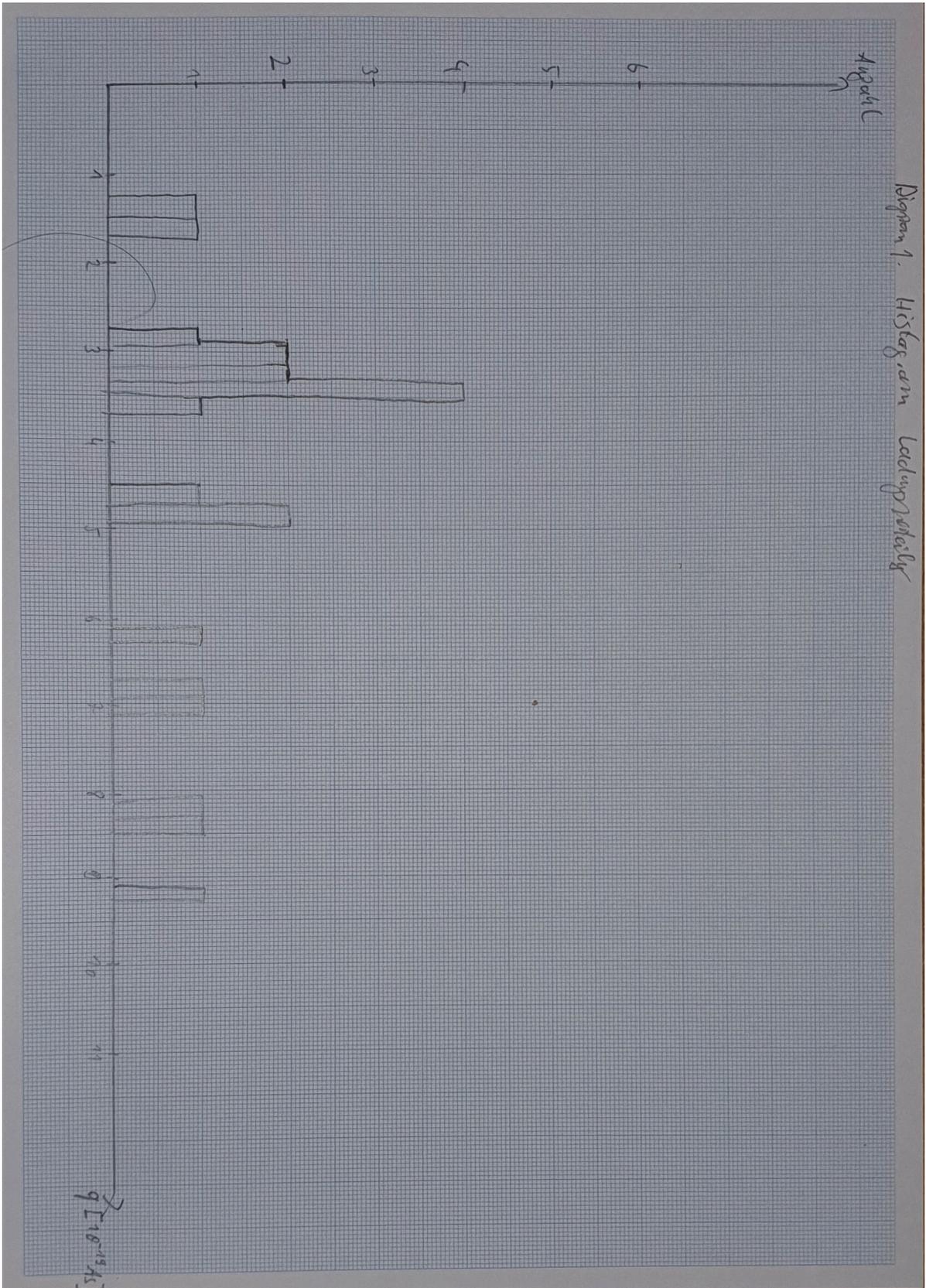
V	Spannung des Kondensators U		Namen der StudentInnen:	
Pa	Luftdruck p		Versuchsaufbau:	
oC	Zimmertemperatur T			
6.00E-03 m	Abstand der Kondensatorplatten d		C1 =	1.9994E-10 VAs (s/m)**1.5
5.00E-05 m	1 Skt		C2 =	9.5400E-09 ms
3.14159	Zahl π		$r = \rho_1 - \rho_2$	8.7031E+02 kg/m ³
1.00E-19 As	Benutzte Ladungseinheit q0		b =	7.7800E-03 Pa m
1.81E-05 Ns/m ²	Viskosität der Luft η_0 (unkorrigiert)			
8.716E+02 kg/m ³	Dichte des Öls ρ_1			
1.29E+00 kg/m ³	Dichte der Luft ρ_2			
9.81 m/s ²	Erdbeschleunigung g			
2.400	Oberere Grenze der Ladung für einfach geladene Tröpfchen		f	Korrekturfaktor für η
1.543	Mittelwert Q1m der einfach mit Q1 geladenen Tröpfchen		Q	Ladung der gemessenen Tröpfche
1.596	Mittelwert Q/n für Tröpfchen mit n<6		Q1	Ladung der einfach geladenen Trö
19	Zahl der Tröpfchen mit n<6		n	nächste ganze Zahl von Q/Q1
0.083	Standardabweichung einer Einzelmessung			
0.019	Standardabweichung des Mittelwertes			
0.8771	Mittelwert von f für Tröpfchen mit n<6			

Nr.	Sinken [Skt]	t1 [s]	Steigen [Skt]	t2 [s]	v1 [m/s]	v2 [m/s]	v1+v2 [m/s]	R0 [m]	f	Q	Q1	Q/Q1m	n	Q/n (n<6)
1	10	20.32	10	2.76	2.461E-05	1.812E-04	2.058E-04	4.845E-07	0.861	3.355		2.175	2	1.678
2	10	18.35	10	3.02	2.725E-05	1.656E-04	1.928E-04	5.098E-07	0.867	3.343		2.167	2	1.672
3	10	19.11	10	3.07	2.616E-05	1.629E-04	1.890E-04	4.996E-07	0.865	3.199		2.074	2	1.599
4	10	19.08	10	2.99	2.621E-05	1.672E-04	1.934E-04	5.000E-07	0.865	3.276		2.124	2	1.638
5	10	21.46	10	3.16	2.330E-05	1.582E-04	1.815E-04	4.715E-07	0.858	2.864		1.857	2	1.432
6														
7	30	11.27	30	31.69	1.331E-04	4.733E-05	1.804E-04	1.127E-06	0.935	7.744		5.020	5	1.549
8	30	12.97	30	7.61	1.157E-04	1.971E-04	3.128E-04	1.050E-06	0.931	12.425		8.055	8	
9	30	45.64	30	30.32	3.287E-05	4.947E-05	8.234E-05	5.599E-07	0.878	1.596	1.596	1.035	1	1.596
10	30	15.42	30	8.88	9.728E-05	1.689E-04	2.662E-04	9.633E-07	0.925	9.609		6.229	6	
11	30	27.54	30	1.08	5.447E-05	1.389E-03	1.443E-03	7.208E-07	0.902	37.554		24.345	24	

VERSUCH 22 - MILLIKANVERSUCH

12	30	11.32	30	1.4	1.325E-04	1.071E-03	1.204E-03	1.124E-06	0.935	51.549	33.418	33
13	30	15.41	30	3.34	9.734E-05	4.491E-04	5.464E-04	9.636E-07	0.925	19.732	12.792	13
14	30	14.46	30	1.74	1.037E-04	8.621E-04	9.658E-04	9.948E-07	0.927	36.129	23.422	23
15	30	13.69	30	6.62	1.096E-04	2.266E-04	3.362E-04	1.022E-06	0.929	12.962	8.403	8
16	30	19.04	30	3.35	7.878E-05	4.478E-04	5.265E-04	8.669E-07	0.917	16.892	10.951	11
17	10	17.86	10	3.01	2.800E-05	1.661E-04	1.941E-04	5.168E-07	0.869	3.421	2.218	2 1.710
18	10	10.12	10	3.38	4.941E-05	1.479E-04	1.973E-04	6.865E-07	0.898	4.855	3.147	3 1.618
19	10	11.37	10	3.23	4.398E-05	1.548E-04	1.988E-04	6.477E-07	0.892	4.571	2.963	3 1.524
20	10	9.18	10	0.43	5.447E-05	1.163E-03	1.217E-03	7.208E-07	0.902	31.671	20.532	21
21	10	12.81	10	0.7	3.903E-05	7.143E-04	7.533E-04	6.102E-07	0.886	16.161	10.477	10
22	10	15.6	10	3.97	3.205E-05	1.259E-04	1.580E-04	5.530E-07	0.876	3.018	1.957	2 1.509
23	10	24.06	10	6.22	2.078E-05	8.039E-05	1.012E-04	4.453E-07	0.851	1.489	0.965	1 1.489
24	10	10.14	10	0.88	4.931E-05	5.682E-04	6.175E-04	6.859E-07	0.898	15.173	9.836	10
25	10	10.33	10	3.44	4.840E-05	1.453E-04	1.938E-04	6.795E-07	0.897	4.710	3.054	3 1.570
26	10	27.09	10	0.85	1.846E-05	5.882E-04	6.067E-04	4.196E-07	0.843	8.300	5.381	5 1.660
27	20	18.09	20	2.74	5.528E-05	3.650E-04	4.202E-04	7.262E-07	0.903	11.027	7.149	7
28	20	18.21	20	2.7	5.491E-05	3.704E-04	4.253E-04	7.238E-07	0.903	11.117	7.207	7
29	20	10.1	20	2.2	9.901E-05	4.545E-04	5.536E-04	9.719E-07	0.926	20.179	13.081	13
30	20	16.77	20	3.59	5.963E-05	2.786E-04	3.382E-04	7.542E-07	0.906	9.267	6.007	6
31	20	11.89	20	1.29	8.410E-05	7.752E-04	8.593E-04	8.957E-07	0.920	28.598	18.539	19
32	20	9.76	20	1.08	1.025E-04	9.259E-04	1.028E-03	9.887E-07	0.927	38.207	24.769	25
33	20	9.53	20	1.29	1.049E-04	7.752E-04	8.801E-04	1.001E-06	0.928	33.134	21.480	21
34	20	12.99	20	0.75	7.698E-05	1.333E-03	1.410E-03	8.570E-07	0.916	44.661	28.953	29
35	20	18.76	20	15.08	5.330E-05	6.631E-05	1.196E-04	7.131E-07	0.901	3.074	1.993	2 1.537
36	20	16.67	20	6.15	5.999E-05	1.626E-04	2.226E-04	7.565E-07	0.906	6.120	3.968	4 1.530
37	10	19.2	10	1.07	2.604E-05	4.673E-04	4.933E-04	4.984E-07	0.864	8.325	5.397	5 1.665
38	10	4.98	10	1.07	1.004E-04	4.673E-04	5.677E-04	9.787E-07	0.926	20.855	13.520	14
39	10	15.48	10	3.32	3.230E-05	1.506E-04	1.829E-04	5.551E-07	0.877	3.510	2.275	2 1.755
40	10	5.35	10	0.64	9.346E-05	7.813E-04	8.747E-04	9.442E-07	0.924	30.878	20.017	20
41	10	11.94	10	0.89	4.188E-05	5.618E-04	6.037E-04	6.321E-07	0.890	13.493	8.747	9
42	10	8.57	10	0.38	5.834E-05	1.316E-03	1.374E-03	7.461E-07	0.905	37.188	24.108	24
43	10	6.85	10	1.06	7.299E-05	4.717E-04	5.447E-04	8.345E-07	0.914	16.740	10.852	11
44	10	6.86	10	1.04	7.289E-05	4.808E-04	5.537E-04	8.339E-07	0.914	17.001	11.021	11
45	10	6.64	10	0.9	7.530E-05	5.556E-04	6.309E-04	8.476E-07	0.916	19.731	12.791	13
46	10	19.79	10	1.1	2.527E-05	4.545E-04	4.798E-04	4.909E-07	0.863	7.950	5.154	5 1.590
47	10	17.34	10	0.72	2.884E-05	6.944E-04	7.233E-04	5.245E-07	0.870	12.974	8.410	8
48	10		10									
49	10		10									
50	20		20									

S. M.
M. 9. 2024



3. Auswertung

3.1 Überprüfung der Exelrechnungen

Wir überprüfen hier die Werte für das Tröpfchen mit der Nummer 8.

Wir berechnen die Geschwindigkeiten v_f und v_s mithilfe von:

$$v = \frac{s}{t} \quad (3.1)$$

Und dem Fehler:

$$\Delta v = \sqrt{\left(\frac{1}{t}\Delta s\right)^2 + \left(\frac{-s}{t^2}\Delta t\right)^2} \quad (3.2)$$

Es ergibt sich hieraus:

$$v_f = (11,6 \pm 0,3) \cdot 10^{-5} \frac{m}{s}$$

und

$$v_s = (19,7 \pm 0,7) \cdot 10^{-5} \frac{m}{s}$$

r_0 bestimmen wir mittels der Formel 1.5

Da hier nur v_f fehlerbehaftet ist, folgt der Fehler mit:

$$\Delta r = \left(\frac{3\sqrt{2}\sqrt{\frac{\eta v_f}{g\rho}}}{4v_f} \Delta v_f \right) \quad (3.3)$$

Er ergibt sich für r_0 :

$$r_0 = (1.1 \pm 0,4) \cdot 10^{-6} m$$

$f(r_0)$ bestimmen wir über:

$$f(r_0) = \frac{1}{1 + \frac{b}{rp}} \quad (3.4)$$

Dabei sind r und p Fehlerbehaftet, es ergibt sich also:

$$\Delta f(r_0)^2 = \left(\frac{b}{p r^2 \left(\frac{b}{pr} + 1\right)^2} \Delta r \right)^2 + \left(\frac{b}{p^2 r \left(\frac{b}{pr} + 1\right)^2} \Delta p \right)^2$$

Es errechnet sich:

$$f(r_0) = (0,934 \pm 0,023)$$

Nun überprüfen wir noch die Ladung q mit der Formel 1.6.

Dabei errechnen wir den Fehler mit folgender Formel:

$$\begin{aligned}
 \Delta q^2 = & \left(\left(\frac{9\sqrt{2}\pi df \sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}}}{U} + \frac{9\sqrt{2}\pi df \sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}} (v_f + v_s)}{2Uv_f} \right) \Delta v_f \right)^2 \\
 & + \left(\frac{9\sqrt{2}\pi df \sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}}}{U} \Delta v_s \right)^2 + \left(\frac{9\sqrt{2}\pi f \sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}} (v_f + v_s)}{U} \Delta d \right)^2 \\
 & + \left(\frac{-9\sqrt{2}\pi df \sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}} (v_f + v_s)}{U^2} \Delta U \right)^2 + \left(\frac{9\sqrt{2}\pi d \sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}} (v_f + v_s)}{U} \Delta f \right)^2
 \end{aligned} \tag{3.5}$$

Damit berechnen wir nun q :

$$q = (1,25 \pm 0.12) \cdot 10^{-18} C$$

Die Werte liegen innerhalb einer zu erwartenden Abweichung zu den Excel Werten!

3.2 Sinnhaftigkeit der gewählten Obergrenze

Die Obergrenze für die Elementarladung wurde auf $2,4 \cdot 10^{-19} C$ festgelegt. Verglichen mit den in der Literatur gefundenen Werten ist dies eine realistische Obergrenze. Ohne die tatsächliche Elementarladung zu kennen, kann jedoch nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden, dass die gemessene Ladung $1e$ und nicht einem Vielfachen davon entspricht. Wenn jedes Öltröpfchen zufällig nur gerade Ladungszahlen hätte, könnte man fälschlicherweise annehmen, dass $2e$ die Elementarladung ist. Daher ist es möglich, dass dieser obere Grenzwert tatsächlich eine Grenze für $2e$ darstellt. Dennoch ist es höchst unwahrscheinlich, dass nach so vielen Messungen nur gerade Vielfache beobachtet werden, und für Vielfache von drei oder mehr wird es noch unwahrscheinlicher.

3.3 Abschätzung des systematischen Fehlers

Wir schätzen den Fehler ab mittels der Formel:

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left(\frac{3\Delta s}{2s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\rho}{2\rho}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta\eta}{2\eta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} \tag{3.6}$$

Die jeweiligen Vorfaktoren lassen sich durch das Ableiten erklären. Dabei bleibt (obwohl der Vorfaktor manchmal negativ ist) alles bei einer Summe, da ein negativer Vorfaktor durch das Quadrieren wieder hinfällig wird.

Durch das Einsetzen der im Skript genannten Werte [2] ergibt sich:

$$\frac{\Delta q}{q} = 5\%$$

und unter der Berücksichtigung, der Ablesefehler bei der Strecke, ergibt sich:

$$\frac{\Delta q}{q} = 15\%$$

3.4 Statistischer Fehler

Mit den Werten aus der Excel Tabelle mit den Nummer 1-5 können wir die Standardabweichung einer Einzelmessung errechnen und erhalten:

$$\Delta q_1 = 0.09$$

Verglichen mit dem Excel Wert von 0,083 ergibt dieser Wert also Sinn.

3.5 Elementarladung und Vergleich

Aus dem Mittelwert und dem Mittleren Fehler ergibt sich:

$$e^- = (1,60 \pm 0,07) \cdot 10^{-19} C$$

Verglichen mit dem als 'exakt' betrachtetem Literaturwert erhalten wir eine Abweichung von $0,08\sigma$. Die Messungen weisen also keine signifikante Abweichung auf.

4. Zusammenfassung und Diskussion

Mithilfe der Milikan- Apparatur konnte wir die Elementarladung e bestimmen. Dabei haben wir den Milikan versuch so durchgeführt wie Milikan selbst, fast 100 Jahre vor uns. Der von uns bestimmte Wert beläuft sich auf:

$$e^- = (1,60 \pm 0,07) \cdot 10^{-19}C$$

Bei unseren Messungen haben wir Öltröpfchen mit bis zu $29e$ gemessen, allerdings für die Berechnung nur jene verwendet, die unterhalb von $6e$ lagen, um ein präziseres Messergebnis zu erhalten. Dabei wurde die Berechnung der jeweiligen Kenngrößen, dem Programm Excel überlassen, wessen Daten wir in der Auswertung noch einmal überprüfen konnten und keine signifikanten Abweichungen, von dem "von Hand errechneten" Wert feststellen konnten.

Die Abweichungen, der von Hand berechneten Werte und der Excel Tabelle belaufen sich auf Werte innerhalb $0,06 - 0,125\sigma$ und damit sehr gering und nicht signifikant.

Eine der wahrscheinlich größten Fehlerquellen ist die Reaktionszeit des Beobachters. Bei der Abschätzung des statistischen Fehlers konnten wir sehen, dass dieser sich auf ca. 5% beläuft, wenn man die Menschliche Reaktionszeitfehler nicht betrachtet und auf 15 %, wenn man diesen ebenfalls miteinbezieht. Bei diesen Rechnungen sind wir pauschal von einem Fehler $\pm 0,2s$ ausgegangen, da wir innerhalb dieses Versuches keine Möglichkeit hatten, diesen menschlichen Fehler genauer zu bestimmen und $0,2s$ gängige Praxis sind.

Ohne Kenntniss über die tatsächliche Elementarladung könnten wir uns bei diesem Wert auch nicht sicher sein, ob es sich dabei nicht um jeweils $2e$ handelt. Der Obere Grenzwert von $2,4$ ist zwar sinnig gewählt, aber die Anzahl unserer Messungen (40 Tropfen, davon nur 15 unter $6e$) lässt noch keine Schlüsse über eine einfache Ladung zu. Um uns dessen sicher zu sein, müssten wir deutlich mehr Messungen durchführen, sodass die statistische Wahrscheinlichkeit immer $2e$ zu messen, so gering ist, dass wir davon ausgehen müssen, dass es sich bei dem gemessenen Wert um eine einfache Ladung e handelt.

Vergleichen wir den von uns gemessenen Wert mit dem Literaturwert, so ist die Abweichung von $0,08\sigma$ ein Indiz dafür, dass unsere Messungen erfolgreich waren.

Civ 5 > Civ 6

Quellen- und Literaturverzeichnis

- [1] CAPTAIN JONI: *pap1-tex-vorlage*. <https://github.com/captain-joni/pap1-tex-vorlage>. – [Online; Stand 28.08.2024]
- [2] DR. J. WAGNER: *Physikalisches Praktikum 1 für Studierende der Physik B.Sc.* <https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/PAP1.pdf>. – [Online; Stand 01/2014]