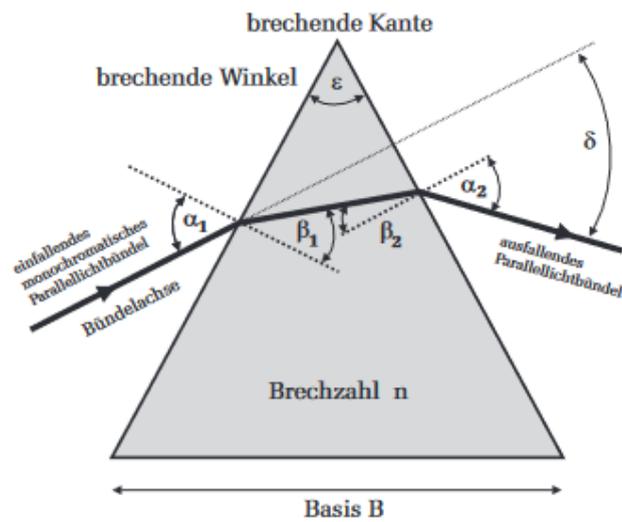


Versuch 33 - Prismenspektrometer

PAP 1, [2] [1]

23.09.2024



Teilnehmender Student: **Jonathan Rodemers**

Gruppe des Teilnehmenden: 1

Kurs: Nachmittags

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Messverfahren	1
1.2.1	Aufbau und Kalibrierung	1
1.2.2	Analyse des Quecksilberspektrums	1
1.2.3	Messung des Helium-Spektrums	1
1.2.4	Analyse des Wasserstoffspektrums	1
1.3	Grundlagen aus der Physik	2
1.3.1	Totaler Ablenkwinkel	2
1.3.2	Minimale Ablenkwinkel	2
1.3.3	Dispersion und Wellenlängenabhängigkeit	2
1.3.4	Balmer Formel	2
2	Durchführung	3
2.1	Messprotokoll	3
3	Auswertung	7
3.1	Bestimmung der Wellenlängen der He-Linien	7
3.2	Auswertung des Wasserstoff Sprechtrums	7
3.3	Rydberg Konstante	8
3.4	Brechungsindizes der Hg-Linien	8
4	Zusammenfassung und Diskussion	9
	Quellen- und Literaturverzeichnis	10

1. Einleitung

1.1 Motivation

Die Motivation für die Durchführung dieses Experiments des Prismenspektrometers besteht darin, die Dispersion von Licht zu untersuchen und die Wellenlängen verschiedener Spektrallinien zu messen. Durch die Analyse des Lichtspektrums verschiedener Quellen wie Quecksilber, Helium und Wasserstoff können wir untersuchen, wie sich das Licht verhält, wenn es ein Prisma durchläuft, welches das Licht bricht und Streuung verursacht. Dieses Wissen ist grundlegend für verschiedene Anwendungen in der Spektroskopie, einschließlich der Materialanalyse, astronomischer Beobachtungen und der chemischen Identifizierung.

1.2 Messverfahren

Das Experiment umfasst mehrere wichtige Schritte unter Verwendung eines Prismenspektrometers und verschiedener Lichtquellen.

1.2.1 Aufbau und Kalibrierung

Das Spektrometer wird mit einem Prisma aufgebaut, und die Hg-Lampe wird zur Kalibrierung verwendet. Das Teleskop des Spektrometers wird zunächst auf ein weit entferntes Objekt und anschließend auf das von der Hg-Lampe beleuchtete Spaltbild fokussiert.

1.2.2 Analyse des Quecksilberspektrums

Das Prisma wird positioniert, und der minimale Abweichungswinkel für die grüne Hg-Linie wird bestimmt. Sobald dieser kalibriert ist, werden die Abweichungswinkel für mehrere Spektrallinien gemessen. Anhand dieser Daten wird eine Dispersionskurve erstellt, die als Kalibrierungskurve für weitere Messungen dienen wird.

1.2.3 Messung des Helium-Spektrums

Mit dem Spektrometer werden die Ablenkungswinkel für sechs markante Linien des He-Spektrums gemessen, wobei das Prisma in der gleichen Position wie bei der Hg-Lampe gehalten wird. Die Kalibrierkurve aus dem Hg-Spektrum wird zur Bestimmung der Wellenlängen der He-Linien verwendet.

1.2.4 Analyse des Wasserstoffspektrums

Die Wasserstofflampe wird positioniert, und die Wellenlängen der sichtbaren Spektrallinien (Balmer-Reihe) werden bestimmt. Anhand dieser Messungen wird die Rydberg-Konstante für Wasserstoff berechnet.

1.3 Grundlagen aus der Physik

Das Grundprinzip dieses Experiments ist die Brechung des Lichts beim Durchgang durch ein Prisma.

1.3.1 Totaler Ablenkwinkel

Der totale Ablenkwinkel, bei einem Prisma lässt sich mithilfe des Brechungsindex n , als auch des Einfallswinkel α_1 berechnen:

$$\delta = \alpha_1 - \epsilon + \arcsin \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha_1} \sin \epsilon - \sin \alpha_1 \cos \epsilon \quad (1.1)$$

1.3.2 Minimale Ablenkwinkel

Ein wichtiger Aspekt dieses Experiments ist die Messung des minimalen Abweichungswinkels (δ_{min}). Bei einem Prisma ist die Gesamtabweichung δ vom Einfallswinkel und dem Brechungsindex des Materials ab. Die geringste Abweichung tritt auf, wenn das Licht symmetrisch durch das Prisma fällt. Die Beziehung für den Brechungsindex n in Abhängigkeit vom minimalen Ablenkungswinkel ergibt sich aus der Fraunhoferschen Formel:

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\delta_{min} + \epsilon}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\epsilon}{2}\right)} \quad (1.2)$$

Dabei ist ϵ der Winkel des Prismas und δ_{min} der minimale Ablenkwinkel.

1.3.3 Dispersion und Wellenlängenabhängigkeit

Der Brechungsindex n ist nicht konstant, sondern variiert mit der Wellenlänge λ des Lichts. Dies ist als Dispersion bekannt und bewirkt, dass unterschiedliche Wellenlängen des Lichts (z. B. rot gegenüber blau) unterschiedlich stark gebrochen werden. Im Prismenspektrometer führt dies zu einer Aufspaltung des Lichts in seine einzelnen Wellenlängen, so dass wir diskrete Spektrallinien beobachten können. Die Beziehung zwischen dem Abweichungswinkel δ und der Wellenlänge wird verwendet, um eine Eichkurve zu erstellen.

1.3.4 Balmer Formel

Für das Wasserstoffspektrum folgen die sichtbaren Linien (Balmer-Reihe) aus der Balmer-Formel, die die Wellenlängen mit den Energieniveaus des Wasserstoffatoms in Beziehung setzt:

$$\frac{1}{\lambda} = R_\infty \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (1.3)$$

Dabei ist R_∞ die Rydberg Konstante, m die Hauptquantenzahl und λ die Wellenlänge.

2. Durchführung

2.1 Messprotokoll

Messprotokoll
Jonathan Rodemers, Theodora Lazarevic

18.09.2024
Vormittags

Versuch 31 - Optische Abbildung

- Geräte:
- Spektrometer mit Prisma
 - Quecksilberlampe
 - Heliumlampe
 - Netztest
 - Wasserstofflampe

Versuchsskizze

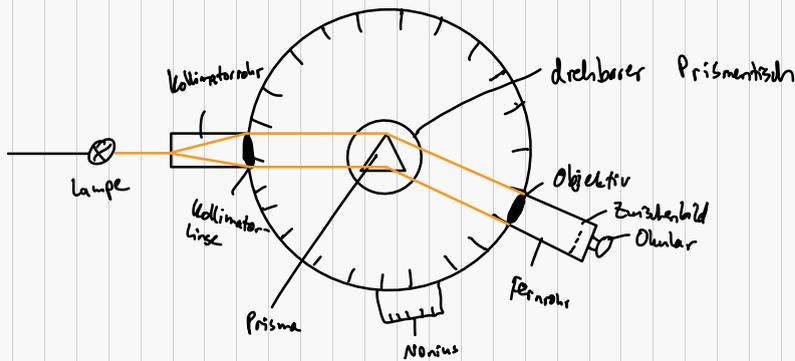


Tabelle 1: Ablenkwinkel $\delta(\lambda)$ für Wellenlängen bei versch. Intensitäten bei Hg-Lampe

Nr.	λ (nm)	Farbe	Intensität	$\delta(^{\circ} + ')$	$\delta(^{\circ})$
1	690,7	rot	schwach	42 + 72	42,28
2	623,4	rot	mittel	41,5 + 10	41,67
3	579,1	gelb	stark	41 + 20	41,33
4	577,0	gelb	stark	41 + 16	41,27
5	546,1	grün	stark	40,5 + 29	40,98
6	499,2	blaugrün	schwach	40 + 19	40,32
7	491,6	blaugrün	mittel	40 + 14	40,23
8	435,8	blau	stark	39 + 7	39,72
9	407,8	violett	mittel	38 + 17	38,28
10	404,7	violett	stark	38 + 10	38,17

$\pm 2'$
bzw. $\pm 0,03^{\circ}$

$\delta(^{\circ})$ berechnen wir mit $(^{\circ}) + \frac{[']}{60}$

2. Wellenlängenbest. d. He-Spektrums

Tabelle 2: Ablenkwinkel d. He-Spektrums

Nr.	Farbe	Intensität	$\delta [^\circ + ']$	$\delta [^\circ]$
1	rot	stark	41,5 + 27	41,95
2	gelb	stark	41 + 23	41,38
3	grün	stark	40 + 30	40,5
4	grün	mittel	40 + 14	40,23
5	blau	mittel	40 + 1	40,02
6	blau	stark	39 + 24	39,4

$\pm 2'$
bzw. $\pm 0,03^\circ$

$\delta [^\circ]$ berechnen wir mit $[^\circ] + \frac{[']}{60}$

3. Wellenlängenbestimmung d. H-Spektrums

Tabelle 3: Ablenkwinkel d. H-Spektrums

Nr	Farbe	Intensität	$\delta [^\circ + ']$	$\delta [^\circ]$
1	rot	stark	41,5 + 22	41,87
2	türkis	stark	40 + 6	40,10
3	violett	stark	39 + 4	39,07
4	violett	schwach	38 + 18	38,30

$\pm 1'$
bzw. $\pm 0,03^\circ$

4. Messung d. Dispersion d. Prismamaterials

Tabelle 4: Minimalablenkwinkel d. Hg-Spektrums

Nr	Farbe	Intensität	$\delta_{\min}(\lambda)$	$\delta_{\min}(\lambda) [^\circ]$	$\delta_{\min}(\lambda)_{\text{resultierend}} [^\circ]$ ($\delta_{\min}(\lambda) - 180^\circ$)
4	gelb	stark	221,5° + 11'	221,68	41,68
5	grün	stark	222° + 0'	222,00	42,00
7	blaugrün	mittel	222,5° + 10'	222,17	42,17
10	violett	stark	223,5° + 20'	223,83	43,83

$\pm 1^\circ$

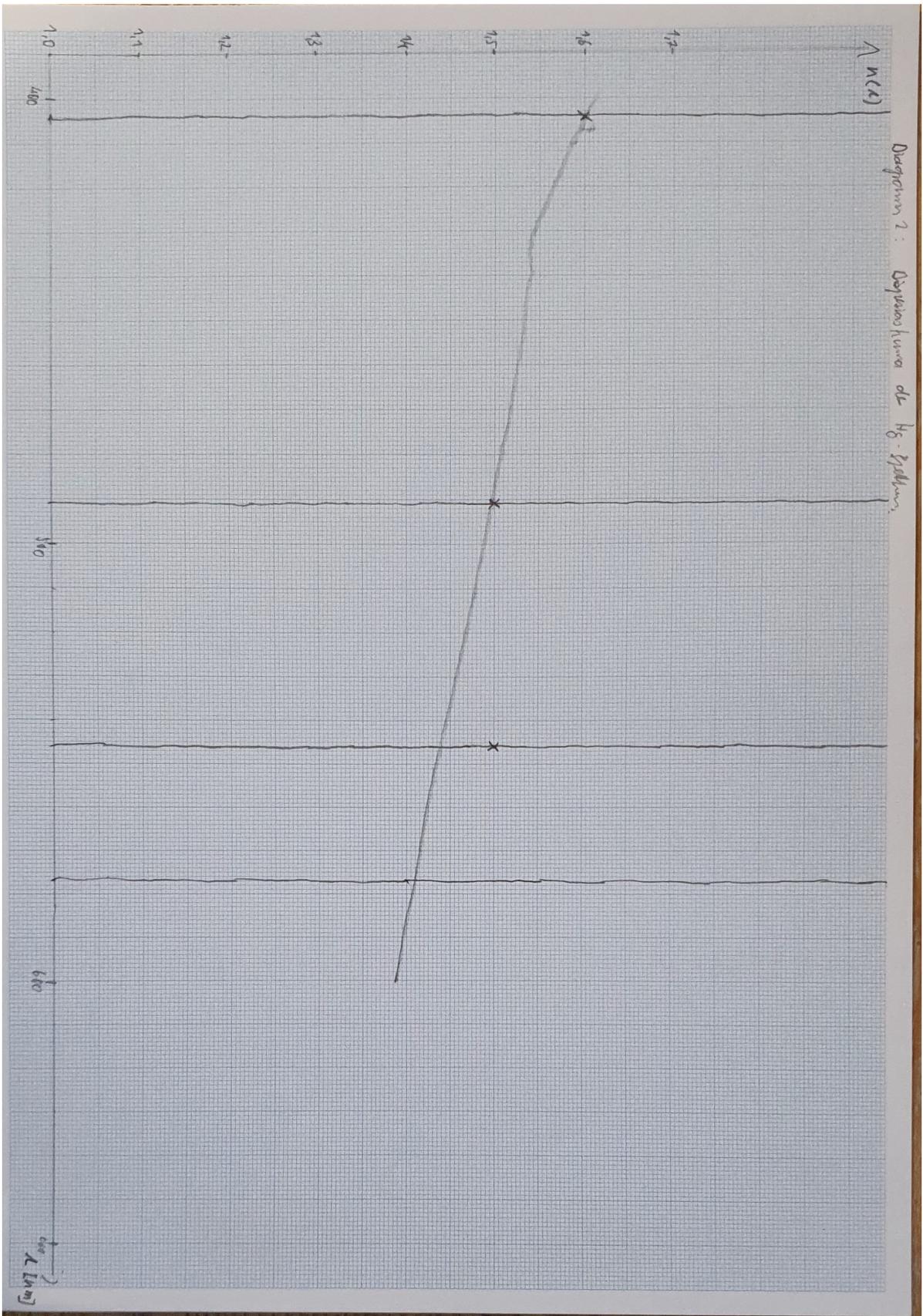
$\pm 1^\circ$

$\pm 1^\circ$

Nach Absprache eine Seite gemessen.

23.9.2024

M. D. ...



3. Auswertung

3.1 Bestimmung der Wellenlängen der He-Linien

Mithilfe des Diagramms 1 2.1 können wir die Wellenlängen der He-Linien ablesen. Diagram 1 trägt einen Winkel als Funktion der Wellenlänge auf, also können wir mithilfe der gemessenen Winkel der He-Linien auf eine Wellenlänge schließen, es ergibt sich folgende Tabelle:

Linie	Wellenlänge (abgelesen) [nm]	Wellenlänge (Skript [2]) [nm]	Abweichung
Rot (stark)	$664,0 \pm 5$	667,8	$0,76\sigma$
Gelb (stark)	$587,0 \pm 4,5$	587,6	$0,13\sigma$
Grün (stark)	$508,0 \pm 2,5$	501,6	$2,56\sigma$
Grün (mittel)	$490,0 \pm 3,5$	492,2	$0,63\sigma$
Blau (mittel)	$478,0 \pm 2,5$	471,3	$2,68\sigma$
Blau (stark)	$446,0 \pm 2$	447,1	$0,55\sigma$

Tabelle 1: Wellenlängen von Helium und Abweichung zum Literaturwert

Dabei wurde der Fehler abgeschätzt, indem wir davon ausgehen, dass die Eichkurve selbst nicht präzise gefittet wurde und genauso gut jeweils einen Milimeter versetzt sein könnte, welches einem Winkel von $0,05^\circ$ entspricht. Dieser Fehler wurde mit dem Fehler der einzelnen Messpunkte, (also der Ungenauigkeit des Ablesens am Nonius) quadratische addiert und damit für jeden Winkel im Diagram 1 nachgesehen, welchem Fehler in der Wellenlänge dies entspricht.

3.2 Auswertung des Wasserstoff Spektrums

Wir gehen hierbei ident vor wie schon in Aufabenteil 3.1. Es ergibt sich also für Wasserstoff die Tabelle:

Linie	Wellenlänge (abgelesen) [nm]	Wellenlänge (Skript [2]) [nm]	Abweichung
Rot	$655,0 \pm 4,5$	656,3	$0,29\sigma$
Türkis	$484,0 \pm 3,5$	486,1	$0,60\sigma$
Violett (stark)	$431,0 \pm 1,5$	434,0	$2,00\sigma$
Violett (mittel)	$409,0 \pm 1,5$	410,1	$0,73\sigma$

Tabelle 2: Wellenlängen von Wasserstoff und Abweichung zum Literaturwert

3.3 Rydberg Konstante

Wir berechnen die Rydberg Konstante mit der Formel 1.3 und errechnen dabei den Fehler mit:

$$\Delta R_\infty = \frac{1}{\lambda^2 \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{m^2} \right)} \Delta \lambda \quad (3.1)$$

Es ergeben sich folgende Werte:

Linie	Rydberg Konstante [$10^{-7} \frac{1}{m}$] R_∞	$\overline{R_\infty}$ [$10^{-7} \frac{1}{m}$]	$\Delta \overline{R_\infty}$ [$10^{-7} \frac{1}{m}$]
Rot	$1,099 \pm 0,076$		
Türkis	$1,102 \pm 0,080$		
Violett (stark)	$1,105 \pm 0,038$	1,102	0,070
Violett (mittel)	$1,100 \pm 0,040$		

Tabelle 3: Rydberg Konstante

Dabei wurde der Fehler für den Mittelwert der Rydberg Konstante sinnvoll abgeschätzt, da es bei einer Verteilung mit 4 Werten keinen Sinn ergibt den Standardfehler des Mittelwerts anzugeben, da dieser in diesem Falle zu klein wäre und die Fehler der Einzelmessungen nicht berücksichtigt. Vergleicht man den Wert mit dem Literaturwert von $1,097 \cdot 10^{-7} \frac{1}{m}$ [3] so erhält man eine Abweichung von $0,06 \sigma$, welches für keine signifikante Abweichung spricht.

3.4 Brechungsindizes der Hg-Linien

Mithilfe folgender Formel rechnen wir die Brechungsindizes für die verschiedenen Wellenlängen der Hg-Linien aus:

$$n(\lambda) = \frac{\sin\left(\frac{1}{2}(\delta_{min}(\lambda) + \epsilon)\right)}{\sin\left(\frac{\epsilon}{2}\right)} \quad (3.2)$$

Dabei ergibt sich dann folgende Werte:

Linie	Wellenlänge (Skript) [2] [nm]	$n(\lambda)$
Gelb	577,0	1.4 ± 0.6
Grün	546,1	1.5 ± 0.6
Blaugrün	491,6	1.5 ± 0.6
Violett	404,7	1.6 ± 0.6

Tabelle 4: Brechungsindizes

Dabei berechnet sich der Fehler von n über:

$$\Delta n = \frac{\cos\left(\frac{\delta}{2} + \frac{\epsilon}{2}\right)}{2\sin\left(\frac{\epsilon}{2}\right)} \Delta \delta \quad (3.3)$$

4. Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Versuch haben wir ein Prismenspektrometer genutzt um das Licht einer Quecksilberlampe in seine spektralen Bestandteile zu zerlegen und mit einem Fernrohr beobachten zu können.

Mithilfe der Ablenkungswinkel des Quecksilberspektrums konnte wir eine Eichkurve erstellen, die jedem Ablenkungswinkel eine Wellenlänge zuordnet. Dadurch konnten auch die Wellenlängen des Helium Spektrums bestimmen, indem wir den Ablenkungswinkel der jeweiligen Spektrallinie ablesen und im Diagramm der Eichkurve nachschlagen, welcher Wellenlänge dies entspricht.

Die so bestimmten Wellenlängen liegen dabei in einem Abweichungsbereich zu den Literaturwerten [2] von $0,13 - 2,56\sigma$ und bestätigen somit die Messmethode.

Im Anschluss wurde auf gleiche Weise das Spektrum einer Wasserstofflampe vermessen und die Wellenlängen dieser H-Linien bestimmt.

Damit konnten wir mit der Balmer Formel für Wasserstoff die Rydberg Konstante bestimmen und errechneten hierbei mit dem gemessenen Wellenlängen einen Wert von:

$$(1,10 \pm 0,07) \cdot 10^{-7} \frac{1}{m}$$

welcher nur um $0,06\sigma$ zu dem Literaturwert abweicht.

Weiternoch konnten wir mit den Ablenkungswinkel der jeweiligen Spektrallinien die Brechungsindizes des Prismas bestimmen und erhalten hierbei die in Tabelle 3.4 aufgeführten Werte errechnen. Dabei wurde der Nullpunkt der Skala in eine Flucht mit dem Strahlengang des Lichts vor dem Prisma eingestellt und dabei die Winkel abgelesen. Da dieses Nullstellen mit diesem Spektrometer nicht präzise möglich ist, ist unsere Messung hierzu auch mit großen Fehlern behaftet.

Quellen- und Literaturverzeichnis

- [1] CAPTAIN JONI: *pap1-tex-vorlage*. <https://github.com/captain-joni/pap1-tex-vorlage>. – [Online; Stand 28.08.2024]
- [2] DR. J. WAGNER: *Physikalisches Praktikum 1 für Studierende der Physik B.Sc.* <https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/PAP1.pdf>. – [Online; Stand 01/2014]
- [3] WIKIPEDIA: *Rydberg-Konstante*. <https://de.wikipedia.org/wiki/Rydberg-Konstante>. – [Online; Stand 24.09.2024]