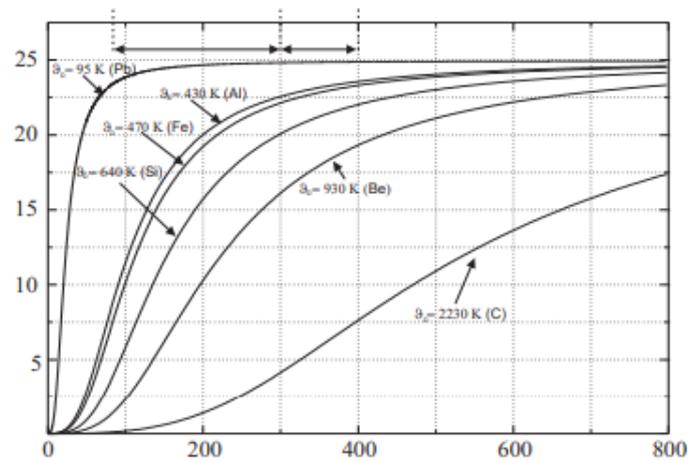


Versuch 42 - Wärmekapazität

PAP 1, [2] [1]

30.09.2024



Teilnehmender Student: **Jonathan Rodemers**

Gruppe des Teilnehmenden: 1

Kurs: Nachmittags

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Messverfahren	1
1.2.1	Erster Teil	1
1.2.2	Teil 2	1
1.3	Grundlagen aus der Physik	1
1.3.1	Spezifische Wärmekapazität	1
1.3.2	Prinzip des Mischkalorimeters	2
1.3.3	Dulong-Petit-Gesetz	2
1.3.4	Debye-Modell	2
1.3.5	Verdampfungswärme für Flüssigstickstoff	3
1.4	Literaturwerte	3
2	Durchführung	4
2.1	Messprotokoll	4
3	Auswertung	8
3.1	Bestimmung des Wasserwerts	8
3.2	Spezifischen Wärmekapazitäten	8
3.3	Vergleich der Werte	9
3.4	Spezifische Wärmekapazität mit flüssig Stickstoff	10
3.5	Vergleich bei unterschiedlichen Temperaturen	10
4	Zusammenfassung und Diskussion	11
	Quellen- und Literaturverzeichnis	12

1. Einleitung

1.1 Motivation

Die Motivation für die Durchführung dieses Experiments ist die Messung der spezifischen Wärmekapazität verschiedener fester Materialien in unterschiedlichen Temperaturbereichen unter Verwendung der Mischmethode. Das Verständnis der Wärmekapazität ist für zahlreiche Anwendungen in Physik und Technik von entscheidender Bedeutung, da sie beschreibt, wie ein Material auf die Zufuhr oder den Entzug von Wärme reagiert.

1.2 Messverfahren

Das Experiment besteht aus zwei Teilen, die jeweils verschiedene Temperaturbereiche abdecken.

1.2.1 Erster Teil

- Das Kalorimeter wird teilweise mit vollentsalztem Wasser gefüllt, und die Masse wird gemessen.
- Eine feste Probe wird in kochendem Wasser (ca. 100 °C) erhitzt und dann schnell in das Kalorimeter mit Wasser niedrigerer Temperatur (ca. Raumtemperatur) überführt.
- Der Temperaturanstieg im Kalorimeter wird mit einem Thermometer überwacht, bis er ein Maximum erreicht. Aus diesen Daten wird die spezifische Wärmekapazität des Materials berechnet.

1.2.2 Teil 2

- Die kleinen Proben werden in flüssigem Stickstoff gekühlt.
- Die Temperaturänderung wird anhand der Masse des Stickstoffs berechnet, der nach dem Eintauchen der Probe in das Dewar-Gefäß verdampft ist. Mit Hilfe der latenten Verdampfungswärme von Stickstoff wird die Wärmekapazität der Probe für diesen Tieftemperaturbereich bestimmt.

1.3 Grundlagen aus der Physik

1.3.1 Spezifische Wärmekapazität

Die spezifische Wärmekapazität c ist definiert als die Wärmemenge Q , die erforderlich ist, um die Temperatur einer Masseneinheit m eines Stoffes um eine Einheits-Temperaturdifferenz ΔT (1°C) zu erhöhen:

$$c = \frac{Q}{m\Delta T} \quad (1.1)$$

Für eine bestimmte Wärmemenge, die einem Körper zu- oder abgeführt wird, ist die Wärmekapazität C mit der Temperaturänderung ΔT in Beziehung gesetzt durch:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} \quad (1.2)$$

Diese Beziehung wird zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität der Proben durch die Mischmethode verwendet.

1.3.2 Prinzip des Mischkalorimeters

Das Kalorimeter funktioniert nach dem Prinzip des thermischen Gleichgewichts: Wenn zwei Körper mit unterschiedlichen Temperaturen in Kontakt kommen, fließt die Wärme vom heißeren zum kälteren Körper, bis ein Gleichgewicht erreicht ist. Die Wärme, die der heiße Körper (Probe) verliert, ist gleich der Wärme, die der kühlere Körper (Wasser im Kalorimeter) gewinnt:

$$Q_{\text{verloren}} = Q_{\text{bekommen}} \quad (1.3)$$

Für die Probe beträgt der Wärmeverlust:

$$Q_{\text{Probe}} = m_{\text{Probe}} c_{\text{Probe}} (T_1 - T) \quad (1.4)$$

wobei T_1 die Anfangstemperatur der Probe ist und T die Endtemperatur des Gleichgewichts. Für das Wasser und dem Kalorimeter:

$$Q_{\text{wasser+kalorimeter}} = (m_{\text{wasser}} c_{\text{wasser}} + W)(T - T_2) \quad (1.5)$$

wobei T_2 die Anfangstemperatur des Wassers ist und W die Wärmekapazität des Kalorimeters. Durch Gleichsetzung der beiden Wärmemengen ergibt sich die spezifische Wärmekapazität c_{Probe}

$$c_{\text{Probe}} = \frac{(m_{\text{wasser}} c_{\text{wasser}} + W)(T - T_2)}{m_{\text{Probe}}(T_1 - T)} \quad (1.6)$$

Diese Gleichung ist für die Berechnung der Wärmekapazitäten der Proben im Hochtemperaturbereich nützlich.

1.3.3 Dulong-Petit-Gesetz

Das Dulong-Petit-Gesetz liefert eine Näherung für die molare Wärmekapazität von Feststoffen bei hohen Temperaturen. Diesem Gesetz zufolge ist die molare Wärmekapazität C_V eines Festkörpers ungefähr:

$$C_V \approx 3R \quad (1.7)$$

wobei R die Gaskonstante ist. Dieses Gesetz gilt für viele Metalle bei Raumtemperatur, weicht jedoch bei leichteren Elementen oder bei niedrigeren Temperaturen ab.

1.3.4 Debye-Modell

Das Debye-Modell bietet eine genauere Vorhersage der Wärmekapazitäten bei niedrigen Temperaturen. Anders als das Dulong-Petit-Gesetz berücksichtigt es Quanteneffekte und die diskreten Schwingungsmoden eines Festkörpers. Die Debye-Temperatur Θ_D ist eine für jedes Material charakteristische Temperatur, die die Temperatur angibt, unterhalb derer Quanteneffekte signifikant werden. Die spezifische Wärmekapazität bei niedrigen Temperaturen folgt der Beziehung:

$$C_V \sim \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \quad (1.8)$$

Dies ist besonders wichtig für die Analyse von Wärmekapazitäten bei kryogenen Temperaturen (z.B. flüssiger Stickstoff).

1.3.5 Verdampfungswärme für Flüssigstickstoff

Während des zweiten Teils des Experiments führt die Wärmeübertragung auf die Probe von Raumtemperatur auf die Temperatur des flüssigen Stickstoffs zum Verdampfen des Stickstoffs. Die latente Verdampfungswärme Q_V von Stickstoff wird zur Bestimmung der spezifischen Wärmekapazität verwendet:

$$c_x = \frac{Q_v m_v}{m_x (T_1 - T_2)} \quad (1.9)$$

Diese Methode ermöglicht die Berechnung der von der Probe abgegebenen Wärme und folglich ihrer spezifischen Wärmekapazität bei niedrigen Temperaturen.

1.4 Literaturwerte

- Siedetemperatur von fl. Stickstoff: -195.8°C
- Gaskonstante R: $8,31446261815324 \text{ J/mol K}$ [3]
- Verdampfungswärme fl. Stickstoff: 199 J/g
- Rel Atommasse Blei: $207,2 \text{ g/mol}$
- Rel Atommasse Aluminium: $26,98 \text{ g/mol}$
- Rel Atommasse Graphit: $12,01 \text{ g/mol}$
- Spez Wärme von Blei (300K): $0,129 \text{ J/gK}$
- Spez Wärme von Aluminium (300K): $0,90 \text{ J/gK}$
- Spez Wärme von Graphit (300K): $0,709 \text{ J/gK}$
- Wärmekapazität von Wasser: $(4,186 \pm 0,004) \text{ J/gK}$

2. Durchführung

2.1 Messprotokoll

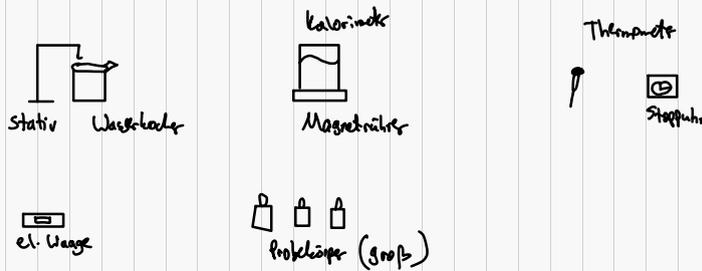
Messprotokoll
Theodora Lazarovic, Jonathan Rodemers, Marie Schnabel

30.08.2024
nachmittags

Versuch 42 - Wärmekapazität

- besteht:
- Kalorimeter mit Magnetrührer
 - Wasserkader
 - Stativ mit Drahtgabeln
 - 3 kleine Versuchskörper (Graphit, Aluminium, Blei)
 - 3 große Versuchskörper
 - el. Thermometer
 - Stoppuhr
 - Schutzbrille

Skizze Versuchsaufbau Teil 1



Skizze Versuchsaufbau 2

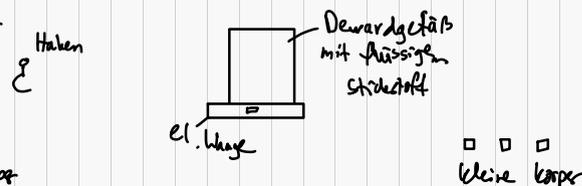


Tabelle 1: Massen d. Probekörper

Stoff	groß [g]	klein [g]
Al	147,38	33,39
Pb	682,23	137,30
C	724,94	43,32
	$\pm 0,01$	$\pm 0,01$

Zimmertemp. $T_2 = (24,3 \pm 0,5)^\circ\text{C}$
 Luftdruck $p = (1003,0 \pm 0,1) \text{ hPa}$

Tabelle 2: Wasserrunt bestimmen

Zeit (min)	Temperatur ($^\circ\text{C}$)
0	51,4
0,5	51,7
1,0	51,0
1,5	50,8
2,0	50,8
2,5	50,6

mit $T_1 = (52,7 \pm 0,15)^\circ\text{C}$

3	50,6
3,5	50,5
4	50,4
4,5	50,3
5	50,3
$\pm 0,02$	$\pm 0,15$

(I) Masse Kalorimeter mit Wasser: $m_m = (526,27 \pm 0,01)g$
 Masse Kalorimeter ohne Wasser: $m_0 = (253,77 \pm 0,01)g$ } $m_w = m_m - m_0 = 272,560g$
 $\Delta m_w = \sqrt{m_m^2 + m_0^2} = 0,014g$

Tabelle 3: Wassertemp. bevor die Gewichte reingetan werden
 ← Mittelwert der vorher gemessenen Temperaturen

t (min)	m (g)	$T_{\text{Temperatur}}$ (°C)	T_z (°C)	
0	576,70	31,0	31,1	Al
1		31,1		
2		31,1		
3		31,0		
0	577,74	27,7	27,7	Pb
1		27,7		
2		27,7		
3		27,7		
0	579,26	23,5	23,5	C
1		23,4		
2		23,5		
3		23,4		
	$\pm 0,01$	$\pm 0,15$	$\pm 0,15$	

Um die Wassermassen im Kalorimeter zu bestimmen gehen wir analog zu Rechnung (I) vor. Es ergibt sich:

$$m_{w,Al} = (322,99 \pm 0,014)g$$

$$m_{w,Pb} = (324,03 \pm 0,014)g$$

$$m_{w,C} = (325,55 \pm 0,014)g$$

$$T_1 = 100^\circ C + 0,0276^\circ C / hPa (p - 1013 hPa) \quad (\text{siehe Formel (11) im Skript})$$

$$T_1 = (99,7240 \pm 0,0028)^\circ C \quad \text{mit } \Delta T_1 = 0,0276^\circ C / hPa \cdot \Delta p$$

Tabelle 4: Kalorimeter mit versch. Proben

Stoff	T(°C)			m(g)
Al	32,8	36,2	36,2	576,70
	34,6	36,3	36,2 ± 0,11	
	35,4	36,2	36,2	
	35,8	36,2	36,2	
	36,0	36,2	36,1	
	36,1	36,2		
	36,2	36,2		
Pb	30,5	31,4	31,4	577,74
	31,1	31,4	31,4 ± 0,09	
	31,3	31,4	31,3	
	31,4	31,4		
	31,4	31,4		
	31,4	31,4		
	31,4	31,4		
	31,4	31,4		
C	23,8	26,9	27,5	579,26
	23,9	27,1	27,5	
	24,3	27,2	27,5	
	29,0	27,2	27,3	
	29,5	27,3	27,2	
	25,8	27,4		
	26,1	27,4		
	26,3	27,4		
	26,5	27,5 ± 0,08		
	26,7	27,5		
	26,8	27,5		
		± 0,3%	± 0,01	

Stoff	m davor (g)	m danach (g)	m Körper (g)
Al	572,20	543,92	33,43
Pb	543,92	524,54	137,91
C	595,38	572,20	43,32
	± 0,01	± 0,01	± 0,01

$$m_v = m_{\text{davor}} - m_{\text{danach}} ; \Delta m_v = \sqrt{m_{\text{danach}}^2 + m_{\text{davor}}^2}$$

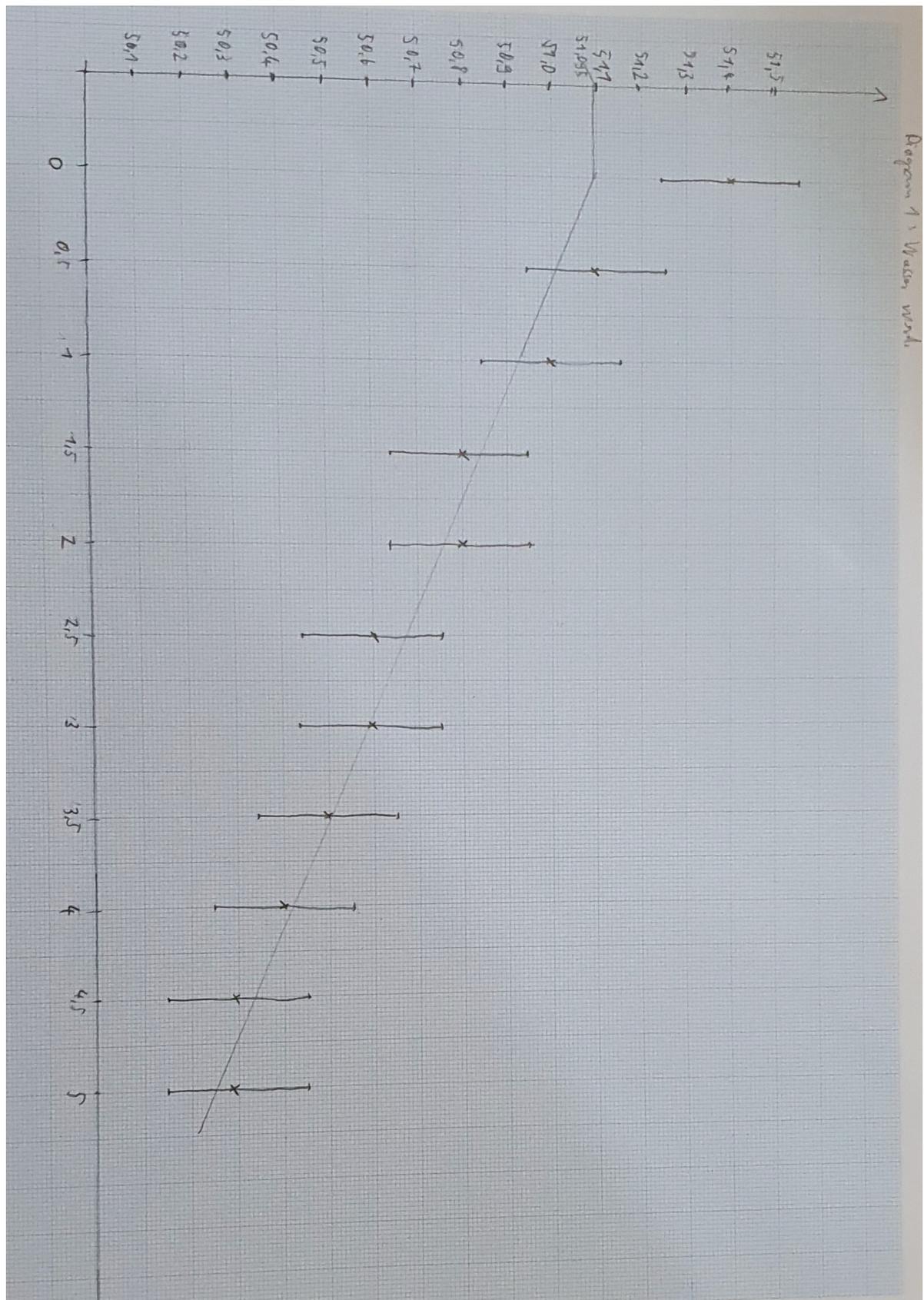
$$m_{v, Al} = (28,28 \pm 0,014) \text{ g}$$

$$m_{v, Pb} = (137,91 \pm 0,014) \text{ g}$$

$$m_{v, C} = (23,18 \pm 0,014) \text{ g}$$

30.05.2029 A.W.

VERSUCH 42 - WÄRMEKAPAZITÄT



3. Auswertung

3.1 Bestimmung des Wasserwerts

Der Wasserwert kann mithilfe der Wärmemengen bestimmt werden, wir nutzen also die Formel:

$$W = m_W c_W \frac{T_1 - \bar{T}}{\bar{T} - T_2} \quad (3.1)$$

Dabei ist \bar{T} die Mischtemperatur die wir aus Diagramm 1 am Nullpunkt ablesen können ($51,1 \pm 0,5$ °[C]), T_1 die Anfangstemp des Wassers und T_2 die Raumtemperatur. Weiternoch berechnen wir die Masse des Wassers aus einer Differenz, es ergibt sich also:

$$m_W = (272,56 \pm 0,01)g$$

mit der Fehlerformel:

$$\Delta m_W = \sqrt{\Delta m_1 \Delta m_2} \quad (3.2)$$

Es ergibt sich dann ein Wasserwert von:

$$W = (68 \pm 31)J/K$$

dabei wurde der Fehler berechnet mit der Formel:

$$\begin{aligned} \Delta W^2 = & \left(\frac{c_w (T_1 - T_3)}{-T_2 + T_3} \Delta m_w \right)^2 \\ + & \left(\frac{m_w (T_1 - T_3)}{-T_2 + T_3} \Delta c_w \right)^2 + \left(\frac{c_w m_w}{-T_2 + T_3} \Delta T_1 \right)^2 \\ & + \left(\frac{c_w m_w (T_1 - T_3)}{(-T_2 + T_3)^2} \Delta T_2 \right)^2 \\ + & \left(\left(\frac{-c_w m_w (T_1 - T_3)}{(-T_2 + T_3)^2} - \frac{c_w m_w}{-T_2 + T_3} \right) \Delta T_3 \right)^2 \end{aligned} \quad (3.3)$$

3.2 Spezifischen Wärmekapazitäten

Mithilfe der Formel 1.6 lassen sich die spezifischen Wärmekapazitäten ausrechnen. Dabei ist T_2 die Wassertemperatur und T_1 die Temperatur des siedendes Wassers, welches wir mittels des Raumdrucks noch umrechnen müssen. Es gilt

$$T_1 = 100^\circ C + 0,0276^\circ C/hPa \cdot (p - 1013hPa) \quad (3.4)$$

mit dem Fehler:

$$\Delta T_1 = 0,0276^\circ C/hPa \cdot \Delta p \quad (3.5)$$

Daraus ergibt sich also der Temperaturwert T_1 als:

$$T_1 = (99,724 \pm 0,003)^\circ C$$

In folgender Tabelle sind alle relevanten Werte für das Berechnen der spezifischen Wärmekapazitäten aufgetragen:

Material	m_W [g]	\bar{T} [°C]	T_2 [°C]	T_1 [°C]	m_x [g]	W [J/K]
Blei	$324,03 \pm 0,01$	$31,4 \pm 0,09$	$(27,7 \pm 0,15)$	$99,724 \pm 0,003$	$682,23 \pm 0,01$	68 ± 31
Aluminium	$322,99 \pm 0,01$	$36,2 \pm 0,11$	$(31,05 \pm 0,15)$	$99,724 \pm 0,003$	$147,38 \pm 0,01$	68 ± 31
Graphit	$325,55 \pm 0,01$	$27,5 \pm 0,08$	$(23,45 \pm 0,15)$	$99,724 \pm 0,003$	$124,94 \pm 0,01$	68 ± 31

Tabelle 3.1: Messdaten für die Berechnung der Spez. Wärmekapazität

Weiter ergibt sich ein Fehlerformel mittels der Gausschenfehlerfortpflanzung von:

$$\begin{aligned} \Delta c_x^2 = & \left(\frac{c_w (-T_2 + T_3)}{m_x (T_1 - T_3)} \Delta m_w \right)^2 + \left(\frac{m_w (-T_2 + T_3)}{m_x (T_1 - T_3)} \Delta c_w \right)^2 + \left(\frac{-T_2 + T_3}{m_x (T_1 - T_3)} \Delta W \right)^2 \\ & + \left(\frac{-(-T_2 + T_3) (W + c_w m_w)}{m_x (T_1 - T_3)^2} \Delta T_1 \right)^2 + \left(\frac{-(W + c_w m_w)}{m_x (T_1 - T_3)} \Delta T_2 \right)^2 \\ & + \left(\left(\frac{W + c_w m_w}{m_x (T_1 - T_3)} + \frac{(-T_2 + T_3) (W + c_w m_w)}{m_x (T_1 - T_3)^2} \right) \Delta T_3 \right)^2 + \left(\frac{-(-T_2 + T_3) (W + c_w m_w)}{m_x^2 (T_1 - T_3)} \Delta m_x \right)^2 \end{aligned} \quad (3.6)$$

Damit erhalten wir folgende Tabelle für die Wärmekapazitäten.

Material	c_x [J/g K]	$c_{x,mol}$ [J/molK]
Blei	$0,113 \pm 0,006$	$27,6 \pm 1,2$
Aluminium	$0,78 \pm 0,03$	$21,0 \pm 0,8$
Graphit	$0,64 \pm 0,03$	$7,7 \pm 3,3$

Tabelle 3.2: Spezifische Wärmekapazität und Molwärme

Für die Molwärme wurde jeweils mit der rel. Atommasse multipliziert und der Fehler fortgeplantzt.

3.3 Vergleich der Werte

In der folgenden Tabelle werden die errechneten Werte mit den Literaturwerten und dem Gesetz von Dulong-Petit verglichen. Dabei wird die Spezifische Wärmekapazität nach Dulong Petit ausgerechnet mit:

$$c = \frac{3R}{M} \quad (3.7)$$

Material	1. c_x gemessen [J/g K]	2. c_x -Literatur [J/g K]	3. c_x - Dulong [J/g K]	σ_{1-2}	σ_{1-3}
Blei	$0,113 \pm 0,006$	0,129	0,120	2,66	1,16
Aluminium	$0,78 \pm 0,03$	0,90	0,924	4	4,8
Graphit	$0,64 \pm 0,03$	0,709	2,077	2,3	47,9

Tabelle 3.3: Vergleich 20°-100°

3.4 Spezifische Wärmekapazität mit flüssig Stickstoff

Mithilfe der Formel 1.9 können wir mithilfe des verdampften Stickstoffs die spezifische Wärmekapazität ausrechnen. Dabei folgt ein Fehler nach der Formel:

$$\Delta c_x = \sqrt{\left(\frac{-m_v q_v}{m_x (T_1 - T_2)^2} \Delta T_1\right)^2 + \left(\frac{q_v}{m_x (T_1 - T_2)} \Delta m_v\right)^2 + \left(\frac{-m_v q_v}{m_x^2 (T_1 - T_2)} \Delta m_x\right)^2} \quad (3.8)$$

Es ergibt sich folgende Tabelle:

Material	c_x [J/g K]	$c_{x,mol}$ [J/mol K]
Blei	$0,1271 \pm 0,0003$	$26,34 \pm 0,06$
Aluminium	$0,7648 \pm 0,0018$	$20,63 \pm 0,05$
Graphit	$0,4827 \pm 0,0011$	$5,797 \pm 0,013$

Tabelle 3.4: Mit flüssigstickstoff bestimmte spez-. Wärmekapazitäten

3.5 Vergleich bei unterschiedlichen Temperaturen

Wir vergleichen nun die Werte der spezifischen Wärmekapazität, die wir in unterschiedlichen Temperaturbereichen gemessen haben.

Material	$c_{x,mol}$ bei 20°-100°C [J/mol K]	$c_{x,mol}$ bei -195,8°C [J/mol K]	Verhältniss
Blei	$27,6 \pm 1,2$	$26,34 \pm 0,06$	$1,04 \pm 0,04$
Aluminium	$21,0 \pm 0,8$	$20,63 \pm 0,05$	1.01 ± 0.04
Graphit	$7,7 \pm 3,3$	$5,797 \pm 0,013$	1.3 ± 0.6

Tabelle 3.5: Abweichung der Werte bei unterschiedlichen Temp

4. Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Versuch haben wir die spezifischen Wärmekapazitäten von Blei, Aluminium und Graphit untersucht. Das haben wir bei Raumtemperatur (20-100 °C) als auch bei niedrigeren Temperaturen durch flüssigen Stickstoff (-195,8 °C) gemacht. Die Methode zur Bestimmung der Wärmekapazitäten basierte auf der Mischkalorimetrie für die höheren Temperaturen und auf der bekannten Verdampfungswärme des Stickstoffs für den Bereich der niedrigeren Temperaturen. Zuerst wurde der Wasserwert des Kalorimeters ermittelt. Die spezifischen Wärmekapazitäten wurden mithilfe der Temperaturänderungen von Wasser und Probekörper berechnet.

Wir erhielten für Blei, Aluminium und Graphit die Wärmekapazitäten von

$$c_{\text{Blei}} = 0,113 \frac{J}{gK}, \quad c_{\text{Aluminium}} = 0,78 \frac{J}{gK}, \quad c_{\text{Graphit}} = 0,64 \frac{J}{gK}$$

Diese Werte stimmen gut mit den Literaturwerten überein, insbesondere Blei weist einen geringen Unterschied auf. Aluminium und Graphit wiesen leichte Abweichungen von ihren Literaturwerten auf, jedoch blieben diese innerhalb des akzeptablen Fehlerbereichs.

Im Tieftemperaturbereich wurde die Wärmekapazität der Proben durch die Menge an verdampftem Stickstoff bestimmt, was eine direkte Messung der abgegebenen Wärme ermöglichte. Hier zeigten sich leicht geringere Werte als bei den höheren Temperaturen, was den Erwartungen gemäß den physikalischen Modellen (z.B. Debye-Modell) entspricht.

Für Blei, Aluminium und Graphit ergaben sich spezifische Wärmekapazitäten von:

$$c_{\text{Blei}} = 0,1271 \frac{J}{gK}, \quad c_{\text{Aluminium}} = 0,7648 \frac{J}{gK}, \quad c_{\text{Graphit}} = 0,4827 \frac{J}{gK}$$

Der Vergleich zwischen den beiden Temperaturbereichen zeigt, dass Blei und Aluminium eine nahezu konstante Wärmekapazität aufwiesen, während Graphit eine stärkere Abnahme bei niedrigeren Temperaturen zeigte, was auf das abweichende Verhalten von leichten Materialien bei tiefen Temperaturen hinweist.

Ein weiterer Vergleich unserer Ergebnisse mit den theoretischen Vorhersagen des Dulong-Petit-Gesetzes zeigt, dass die gemessenen Werte für Blei und Aluminium nahe an den theoretischen Werten liegen. Graphit hingegen weicht stärker ab, was den Erwartungen entspricht, da das Dulong-Petit-Gesetz für leichte Elemente und bei niedrigen Temperaturen weniger genau ist.

Insgesamt sind die erhaltenen Ergebnisse konsistent mit den physikalischen Erwartungen und zeigen, dass die Methode des Mischkalorimeters in Kombination mit der Nutzung der Verdampfungswärme des flüssigen Stickstoffs eine zuverlässige Bestimmung der spezifischen Wärmekapazitäten ermöglicht. Die Abweichungen der gemessenen Werte liegen innerhalb der zu erwartenden Fehlergrenzen und bestätigen somit die Sinnhaftigkeit der durchgeführten Messungen.

Quellen- und Literaturverzeichnis

- [1] CAPTAIN JONI: *pap1-tex-vorlage*. <https://github.com/captain-joni/pap1-tex-vorlage>. – [Online; Stand 28.08.2024]
- [2] DR. J. WAGNER: *Physikalisches Praktikum 1 für Studierende der Physik B.Sc.* <https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/PAP1.pdf>. – [Online; Stand 01/2014]
- [3] WIKIPEDIA: *Gaskonstante*. <https://de.wikipedia.org/wiki/Gaskonstante>. – [Online; Stand 08.10.2024]