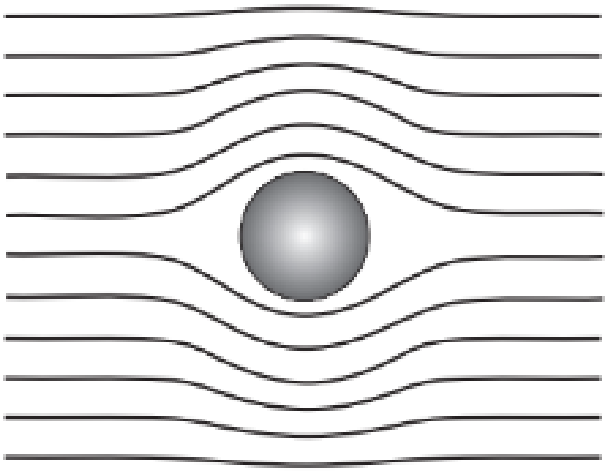
Versuch 212 - Viskosität

PAP 2.1, [1]

16.12.2024



[2]

Teilnehmender Student: **Jonathan Rodemers**

Gruppe des Teilnehmenden: 4

Kurs: Montags

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

1.1 Motivation

Die Viskosität von Flüssigkeiten ist eine grundlegende physikalische Eigenschaft, die das Verhaltn einer Flüssigkeit beschreibt und in vielen Anwendungen von Bedeutung ist. Ziel des Experiments ist es die Viskosität von Polyethylenglykol zu messen und die theoretische Beschreibung zu überprüfen. Dabei wird die Gültigkeit von grundlegenden physikalischen Gesetzen wie dem Stokes'schen Gesetz und dem Hagen-Poiseuille-Gesetz untersucht.

1.2 Messverfahren

Das Experiment wird mit zwei unterschiedlichen Messmethoden durchgeführt:

1. **Kugelfallviskosimeter:** Eine Kugel wird in ein Zylinderglas gefüllt mit Polyethylenglykol getan. Die Fallzeit der Kugel zwischen zwei Markierungen wird gemessen, während sie sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegt. Aus diesen Daten lässt sich die Viskosität bestimmen. Es wird außerdem der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung untersucht.
2. **Kapillarviskosimeter:** Eine Flüssigkeit strömt durch ein Präzisionskapillarrohr, und der Volumenstrom bei verschiedenen Druckdifferenzen wird gemessen. Dies ermöglicht die Berechnung der Viskosität anhand der Geometrie des Kapillars und der Messdaten.

1.3 Grundlagen aus der Physik

1.3.1 Stokes'sches Gesetz:

Für eine Kugel, die sich mit konstanter Geschwindigkeit v_s durch eine Flüssigkeit bewegt, wirkt die Reibungskraft:

$$F_r = 6\pi\eta r v_s \tag{1.1}$$

Hierbei ist r der Kugelradius, und η die Viskosität. Die Bewegung erreicht ein Gleichgewicht zwischen der Gewichtskraft F_g , der Auftriebskraft F_a und der Reibungskraft F_r , sodass wir auflösen können nach η:

$$\eta = \frac{2}{9} g \frac{\rho_k - \rho_f}{v_s} r^2 \tag{1.2}$$

mit den Dichten der Kugel ρ_k und der Flüssigkeit ρ_f .

1.3.2 Hagen-Poiseuille-Gesetz:

Für eine laminare Strömung durch ein Rohr ergibt sich der Volumenstrom $\dot{V}$ in Abhängigkeit von der Druckdifferenz Δp, dem Rohrdurchmesser $2R$ und der Länge L :

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\pi(\Delta p)R^4}{8\eta L} \tag{1.3}$$

Durch die Messung des Volumenstroms und Druck kann also die Viskosität berechnet werden.

1.3.3 Reynoldszahl

Zudem spielt die Reynoldszahl Re , eine dimensionslose Größe, eine zentrale Rolle, um den Übergang zwischen laminarer und turbulenter Strömung zu beschreiben:

$$Re = \frac{\rho v L}{\eta} \tag{1.4}$$

Hierbei stehen ρ, v und L für die Dichte, Strömungsgeschwindigkeit und eine charakteristische Länge (z. B. Kugeldurchmesser). Bei $Re < 1$ liegt laminare Strömung um eine Kugel, die ich in einer Flüssigkeit bewegt vor, während bei höheren Werten Turbulenzen auftreten können.

2. Durchführung

2.1 Messprotokol

16.12.24

Versuch 212

Messprotokoll.

Jonathan Radener
Manuel Sorgenfrei
Helen Mayer Höfer

Geräte liste:

-> Kugelfallviskosimeter (d_{innen}: 75mm)

-> Messzylinder mit Polyethylenglykol
Länge: (100 ± 0,5) mm   Skala: 1ml.

-> Kugeln mit verschiedenen Durchmessern und Dichten.

-> Thermometer: ($\Delta T = 0{,}1°C$)

-> Pinzetten, Bechergläser, Stoppuhr ($\Delta t = 0{,}01s$)

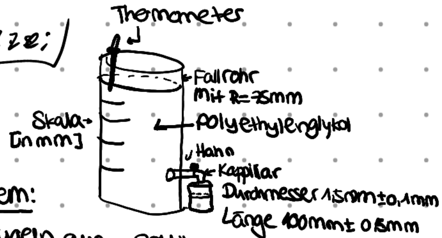
Verfügbare Kugeln:

-> 1 mm
-> 2 mm
-> 3 mm
-> 4 mm
-> 5 mm
-> 6 mm
-> 7 mm
-> 8 mm
-> 9 mm

Messungen:

Temp Raum: (21,3 ± 0,2) °C
Temp Flüssigkeit (29,5 ± 0,2) °C

Skizze:



Außerdem:

- Kugeln aus „POM" - Polyacetal mit verschiedenen Durchmessern

1. Tabelle 1: Kugelfallviskosimeter:

Nummer:

Messbereich: [mm]	50	100	100	200	200	300	300	300	300
Durchmesser Kugel [mm] (±0,25mm)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Messung 1 [sec]	101.	53,29	22,04	28,96	17,14	20,76	14,87	12,28	9,56
Messung 2 [sec]	77,09	51,56	23,75	29,06	19,15	19,56	14,73	11,87	10,04
Messung 3 [sec]	88,21	53,09	23,73	26,72	18,54	20,31	14,87	12,32	9,95
Messung 4 [sec]	57,29	54,18	22,53	28,61	17,48	20,45	15,04	12,02	9,73
Messung 5 [sec]	67,4	51,23	23,51	28,28	16,82	20,28	14,93	12,06	10,18

Hagen-Poiseuille:

$h_A = (479{,}5 \pm 0{,}5)$ mm

$h_E = (461 \pm 0{,}5)$ mm

Flüssigkeitsstand [ml]	5	10	15	20	25	ΔV = 0,2
Zeit [sec]	148,28	273,35	445,48	609	765,73	Δt = 1s

3. Auswertung

3.1 Sinkgeschwindikeiten

Zunächst rechnen wir aus den Zeiten die Sinkgeschwindigkeiten und dann den Mittelwert der Geschwindigkeitn aus und anschließend noch dei Quadrate der Kugelradien. Weiter kann man die Fallgeschwindigkeit noch korrigieren, das ich notwendig, weil die flüssigkeit nur endlich ausdehbar ist in dem Rohr.

Es ergibt sich folgende Tabelle:

Kugeldurchmesser [mm]	v_{fall} [mm/sec]	Radiusquadrat [mm^2]	korrigiere v_{fall} [mm/sec]
1	$0,67 \pm 0,07$	1	0,70
2	$1,90 \pm 0,02$	4	2,11
3	$4,33 \pm 0,07$	9	5,06
4	$7,07 \pm 0,11$	16	8,65
5	$11,25 \pm 0,27$	25	14,40
6	$14,80 \pm 0,15$	36	19,78
7	$20,15 \pm 0,07$	49	28,05
8	$24,78 \pm 0,17$	64	35,88
9	$30,34 \pm 0,34$	81	45,64

Tabelle 3.1: Geschwindigkeiten vs Radiusquadrat Tabelle

Tragen wir diese Werte nun in ein Digramm ein so erhalten wie folgendes Bild:

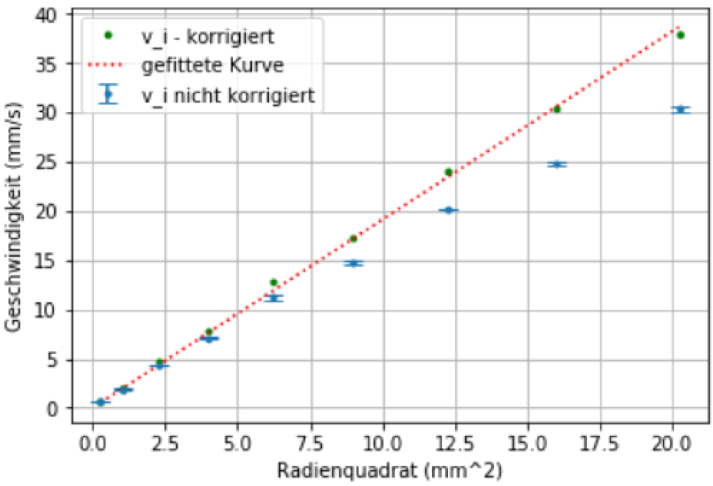


Abbildung 3.1: Fallgeschwindigkeiten vs. Radiusquadreate

Die Steigung dieser Geraden beträgt:

$$m = (1,909 \pm 0,016)(\text{mms})^{-1}$$

Es gilt:

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{\rho_k - \rho_f}{m} g \tag{3.1}$$

mit dem Fehler:

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\frac{2g}{9m}\Delta\rho_k\right)^2 + \left(\frac{-2g}{9m}\Delta\rho_f\right)^2 + \left(\frac{-2g\left(-\rho_f + \rho_k\right)}{9m^2}\Delta m\right)^2} \tag{3.2}$$

So ergibt sich:

$$\eta = (0.2866 \pm 0.0027)\text{Pa s}$$

Nun können wir für jede Kugel die theoretische Sinkgeschwindigkeit bestimmen.

Kugendurchmesser [mm]	theorischer v_{lam} [mm/sec]	Reynoldszahl	Verhältniss $\frac{v}{v_{lam}}$
1	$0,477 \pm 0,024$	$0,0027 \pm 0,0014$	$0,9 \pm 0,5$
2	$1,91 \pm 0,05$	$0,0152 \pm 0,0006$	$0,95 \pm 0,04$
3	$4,30 \pm 0,08$	$0,05212 \pm 0,0010$	$0,923 \pm 0,022$
4	$7,64 \pm 0,12$	$0,1133 \pm 0,0013$	$0,899 \pm 0,014$
5	$11,93 \pm 0,17$	$0,2254 \pm 0,0025$	$0,877 \pm 0,012$
6	$17,18 \pm 0,23$	$0,356 \pm 0,004$	$0,856 \pm 0,012$
7	$23,39 \pm 0,29$	$0,566 \pm 0,006$	$0,836 \pm 0,010$
8	$30,6 \pm 0,3$	$0,795 \pm 0,009$	$0,817 \pm 0,010$
9	$38,7 \pm 0,4$	$1.095 \pm 0,012$	$0,799 \pm 0,009$

Tabelle 3.2: Theoretische Sinkgeschwindikeiten etc.

Weiternoch kann man für jeden Radius die Reynoldzahl berechnen mit:

$$Re = \frac{\rho_f v d}{\eta} \tag{3.3}$$

mit dem Fehler:

$$\Delta Re^2 = \left(\frac{dv}{\eta}\Delta\rho_f\right)^2 + \left(\frac{d\rho_f}{\eta}\Delta v\right)^2 + \left(\frac{\rho_f v}{\eta}\Delta d\right)^2 + \left(\frac{-d\rho_f v}{\eta^2}\Delta\eta\right)^2 \tag{3.4}$$

Plotet man nun diese Daten auf ein Diagramm mit Logarithmuscher Skala, so ergibt sich:

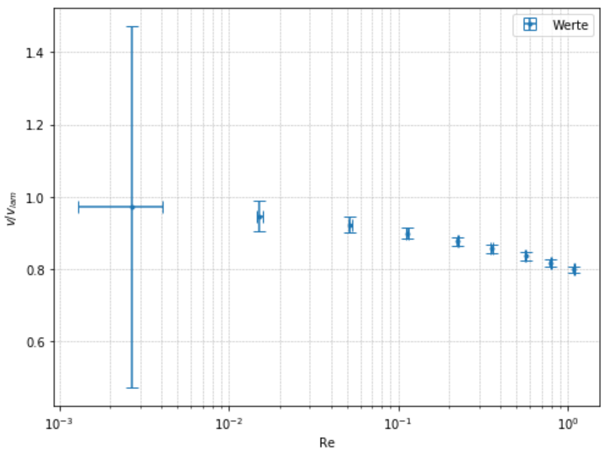


Abbildung 3.2: Verhältniss der Stromungen vs. Reynoldszahl

Leider kann man den Knick nicht wirklich erkennen. Und damit auch nur schwer eien Reynoldszahl abschätzen. Mit viel Fantasie, kann man jedoch bei 0,1 - 0,2 einen Knick erkennen, sodass das die Kritische Reynoldszahl wäre. Dies deckt sich allerdings nicht mit dem theoretisch erwartetem Wert von ca. 1 bei Kugeln, welche ja die untersuchte Geometrie waren.

3.2 Hagen-Poiseuille

Nach Haben Poiseuille könnne wir die Viskositöt auch über die Formel:

$$\eta = \frac{\pi p R^4}{8\dot{V}L} \tag{3.5}$$

mit der Fehlerrechnung:

$$\Delta\eta^2 = \left(\frac{\pi R^3 p}{2LV}\Delta R\right)^2 + \left(\frac{\pi R^4}{8LV}\Delta p\right)^2 + \left(\frac{-\pi R^4 p}{8LV^2}\Delta V\right)^2 + \left(\frac{-\pi R^4 p}{8L^2 V}\Delta L\right)^2 \tag{3.6}$$

Mit p der Druck in der Kapilare, welcher gegeben ist durch:

$$p = \rho_f g \frac{h_A + h_E}{2} \tag{3.7}$$

Mit dem Fehler:

$$\Delta p^2 = \left(g\left(\frac{h_A}{2} + \frac{h_E}{2}\right)\Delta rho_f\right)^2 + \left(\frac{g\rho_f}{2}\Delta h_A\right)^2 + \left(\frac{g\rho_f}{2}\Delta h_E\right)^2 \tag{3.8}$$

Es ergibt sich ein Druck von:

$$p = (5300 \pm 6)\text{Pa}$$

Nun tragen wir die herausgeflossenen Volumina als Funktion der Zeit auf und erhalten:

Abbildung 3.3: Volumen vs Zeit

Wir haben dadurch eine Steigung ermittelt von:

$$\dot{V} = (0{,}0318 \pm 0{,}0009)\text{mL/sec}$$

Damit ergibt sich eine Viskosität von:

$$\eta = (0{,}207 \pm 0{,}008)\text{Pa s}$$

Vergleicht man dies mit der zuvor gemessenen Viskosität erhält man eine Abweichugn von ca 9 σ welches für eine große Abweichung spricht. Allerdings sieht man auch dass die Werte in der Potenz sowie in der ersten Nachkommastelle übereinstimmen und damit sieht man eine Koheränz dieser Messdaten.

Weiternoch berechnen wir die Reynoldszahl des Kapillars mittels:

$$Re = \frac{2\dot{V}\rho_f}{\pi R \eta} \tag{3.9}$$

dies erhält man wenn mann die mittlere Geschwindigkeit einer flüssigkeit in einem Rorh in die Formel für die Reynoldszahl einsetzt. Und $L = 2R$

Es ergibt sich eine Fehlerformel von:

$$\Delta Re^2 = \left(\frac{-2V\rho_f}{\pi R^2 \eta}\Delta R\right)^2 + \left(\frac{-2V\rho_f}{\pi R \eta^2}\Delta\eta\right)^2 + \left(\frac{2V}{\pi R \eta}\Delta\rho_f\right)^2 + \left(\frac{2\rho_f}{\pi R \eta}\Delta V\right)^2 \tag{3.10}$$

Wir erhalten:

$$Re = 0,149 \pm 0,007$$

Damit lässt sich sehr eindeutig auf eine Laminare Strömung schließen.

4. Zusamenfassung und Diskussion

Im ersten Teil des Versuchs haben wir die Sinkgeschwindigkeit von Kugeln unterschiedlicher Durchmesser in Polyethylenglykol gemessen. Mithilfe der gemittelten Geschwindigkeiten und Stokesshen Gesetzes ergab sich eine Viskosität von

$$\eta = (0,2866 \pm 0,0027) \text{ Pa s}$$

Die berechneten Reynoldszahlen für die verschiedenen Kugeldurchmesser lagen größtenteils unter dem erwarteten kritischen Wert $Re \approx 1$, was die Gültigkeit des Stokesshen Gesetzes bei laminarer Strömung bestätigt. Allerdings zeigte sich, dass der Übergang zur turbulenten Strömung, der anhand des Verhältnisses gegen die Reynoldszahl dargestellt wurde, nur schwer zu erkennen war. Ein möglicher "Knickïm Diagramm wird bei $Re \approx 0,10,2$ vermutet, was allerdings nicht mit dem erwarteten kritischen Wert übereinstimmt.

Im zweiten Teil des Versuchs haben wir die Viskosität mithilfe des Hagen-Poiseuille-methode bestimmt. Hier wurde der Druck in der Kapillare, basierend auf der Höhe der Flüssigkeitssäule berechnet. Durch Messung des Volumenstroms ergab sich eine Viskosität von

$$\eta = (0,207 \pm 0,008) \text{ Pa s}$$

Diese Viskosität weicht um etwa 9 σ von der Stokes-Methode ab, was auf eine signifikante Abweichung hinweist. Trotzdem ist eine gewisse Übereinstimmung in der Größenordnung und der ersten Nachkommastelle erkennbar, was die Kohärenz der Messwerte bestätigt. Die Reynoldszahl für die Kapillarströmung wurde als:

$$Re = 0,149 \pm 0,007$$

berechnet, was eindeutig auf eine laminare Strömung hinweist.

Diese Betrachtung der Ergebnisse zeigt, dass die beiden bestimmten Viskositätswerte aus den Methoden eine gewisse Abweichung aufweisen, jedoch in ihrer Größenordnung übereinstimmen. Diese Differenzen könnten auf Messungenauigkeiten oder methodische Unterschiede zurückzuführen sein. Beispielsweise beeinflussen Luftblasen an den Kugeln oder Wandnähe-Effekte beim Kugelfallviskosimeter die Ergebnisse, während beim Kapillarviskosimeter die Druckberechnung und die Annahme einer idealen laminaren Strömung Fehlerquellen darstellen könnten.

Die Daten deuten insgesamt auf konsistente und gute Ergebnisse hin, auch wenn die Abweichungen aufeigen, dass die Genauigkeit durch präzisere Messmethoden und eine sorgfältigere Kontrolle der Versuchsbedingungen gesteigert werden könnte.

5. Anhang

```
    import numpy as np

# Zeitintervalldifferenz in Sekunden
dt = 0.2

# Zeitmessungen (in Sekunden)
t1 = np.array([101, 77.09, 88.21, 57.29, 67.4])
t2 = np.array([53.29, 51.56, 53.09, 54.18, 51.23])
t3 = np.array([22.04, 23.75, 23.73, 22.53, 23.51])
t4 = np.array([28.96, 29.06, 26.72, 28.61, 28.28])
t5 = np.array([17.14, 19.15, 18.54, 17.48, 16.82])
t6 = np.array([20.76, 19.56, 20.31, 20.45, 20.28])
t7 = np.array([14.87, 14.73, 14.87, 15.04, 14.93])
t8 = np.array([12.28, 11.87, 12.32, 12.02, 12.06])
t9 = np.array([9.56, 10.04, 9.95, 9.73, 10.18])

# Strecken (in mm)
s1 = np.array([50, 50, 50, 50, 50])
s2 = np.array([100, 100, 100, 100, 100])
s3 = np.array([200, 200, 200, 200, 200])
s4 = np.array([300, 300, 300, 300, 300])

# Funktion zur Berechnung der Geschwindigkeit
def v(t, s):
    return s / t

# Funktion zur Berechnung des Standardfehlers des Mittelwerts (SEM)
def standard_error(data):
    return np.std(data, ddof=1) / np.sqrt(len(data))

# Geschwindigkeiten berechnen
v1 = v(t1, s1)
v2 = v(t2, s2)
v3 = v(t3, s2)
v4 = v(t4, s3)
v5 = v(t5, s3)
v6 = v(t6, s4)
v7 = v(t7, s4)
v8 = v(t8, s4)
v9 = v(t9, s4)
```

```
# Mittelwerte und Standardfehler der Geschwindigkeiten berechnen
v_values = [v1, v2, v3, v4, v5, v6, v7, v8, v9]

v_lol = []
v_lol_err = []

for i, v_i in enumerate(v_values, start=1):
    mean_v = np.mean(v_i)
    v_lol.append(mean_v)
    v_lol_err.append(sem_v)
    sem_v = standard_error(v_i)
    v_lol_err.append(sem_v)
    print(f"v{i}: Mean = {mean_v:.2f} mm/s, SEM = {sem_v:.2f} mm/s")
```

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

# Zeitintervalldifferenz in Sekunden
dt = 0.2

# Zeitmessungen (in Sekunden)
t1 = np.array([101, 77.09, 88.21, 57.29, 67.4])
t2 = np.array([53.29, 51.56, 53.09, 54.18, 51.23])
t3 = np.array([22.04, 23.75, 23.73, 22.53, 23.51])
t4 = np.array([28.96, 29.06, 26.72, 28.61, 28.28])
t5 = np.array([17.14, 19.15, 18.54, 17.48, 16.82])
t6 = np.array([20.76, 19.56, 20.31, 20.45, 20.28])
t7 = np.array([14.87, 14.73, 14.87, 15.04, 14.93])
t8 = np.array([12.28, 11.87, 12.32, 12.02, 12.06])
t9 = np.array([9.56, 10.04, 9.95, 9.73, 10.18])

# Strecken (in mm)
s1 = np.array([50, 50, 50, 50, 50])
s2 = np.array([100, 100, 100, 100, 100])
s3 = np.array([200, 200, 200, 200, 200])
s4 = np.array([300, 300, 300, 300, 300])

# Durchmesser der Kugeln (in mm)
diameters = np.array([1,2,3,4,5,6, 7,8, 9])
```

```
radien2 = np.array([(1/2)**2,1**2,(3/2)**2,(4/2)**2,(5/2)**2,(6/2)**2,(7/2)**2,(
fallrohr_diameter = 75  # Radius des Fallrohrs in mm

# Ladenburg-Korrekturfaktor

def ladenburg_factor(d_kugel, d_rohr):
    ratio = d_kugel / d_rohr
    return 1 + 2.1 * ratio
# Funktion zur Berechnung der Geschwindigkeit
def v(t, s):
    return s / t

# Funktion zur Berechnung des Standardfehlers des Mittelwerts (SEM)
def standard_error(data):
    return np.std(data, ddof=1) / np.sqrt(len(data))

# Geschwindigkeiten berechnen
v1 = v(t1, s1)
v2 = v(t2, s2)
v3 = v(t3, s2)
v4 = v(t4, s3)
v5 = v(t5, s3)
v6 = v(t6, s4)
v7 = v(t7, s4)
v8 = v(t8, s4)
v9 = v(t9, s4)

# Mittelwerte und Standardfehler der Geschwindigkeiten berechnen
v_values = [v1, v2, v3, v4, v5, v6, v7, v8, v9]
means = []
errors = []
corrected_means = []

for i, v_i in enumerate(v_values):
    mean_v = np.mean(v_i)
    sem_v = standard_error(v_i)
    correction = ladenburg_factor(diameters[i], fallrohr_diameter)
    corrected_mean_v = mean_v * correction

    means.append(mean_v)
    errors.append(sem_v)
```

```
    corrected_means.append(corrected_mean_v)

# Lineare Funktion f r die Anpassung

# Gerade durch den Ursprung (Mittelpunkt)
def linear_through_origin(x, m):
    return m * x

popt_origin, pcov_origin = curve_fit(linear_through_origin, radien2, corrected_me
error = np.sqrt(np.diag(pcov_origin))
# Plot
plt.errorbar(radien2, means, yerr=errors, fmt='.', capsize=5, label='v_i nicht k
plt.plot(radien2, corrected_means, '.', label='v_i - korrigiert', color='green')
#plt.plot(radien2, linear(diameters, *popt), '--', label='Linear Fit (Corrected)
plt.plot(radien2, linear_through_origin(radien2, *popt_origin), ':', label='gefi

plt.xlabel('Radienquadrat (mm^2)')
plt.ylabel('Geschwindigkeit (mm/s)')
plt.title('')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()

print(*popt_origin,error)
print(corrected_means)
```

```
radien = np.array([0.5,1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5]) #mm
g = 9.81
p_k = 1.4
p_f = 1.149

eta= 0.2866
Deltap_f = 0.001

Deltaeta = 0.0027
Deltar = 0.0125
def v_lam(r):
    return (2/9)*((p_k-p_f)/eta)*g*r**2

def errorr(r):
    return np.sqrt(((-2*g*r**2/(9*eta))*Deltap_f)**2 + ((-2*g*r**2*(-p_f + p_k)/
```

```
lol = np.array(v_lam(radien))
lolerr = errorr(radien)

for i in range(len(lol)):
    print(i,lol[i],lolerr[i])
```

```
Deltad = 0.025
rho_f = 0.001149
Deltarho_f = 0.000001
d = np.array([1,2,3,4,5,6,7,8,9])

v_i = []
v_ierr = []

def rey(v,d):
    return (v*rho_f*d)/eta
def reyerr(v,d,Deltav):
    return np.sqrt(((d*v/eta)*Deltarho_f)**2 + ((d*rho_f/eta)*Deltav)**2 + ((rho_


x = []
xerr = []
for i in range(len(d)):
    v_i = rey(v_lol[i],d[i])
    v_ierr = reyerr(v_lol[i],d[i],v_lol_err[i])
    x.append(v_i)
    xerr.append(v_ierr)
    print(f" Index = {i} ,Reynoldzahel = {v_i:.4f}, Error: {v_ierr:.5f}")
```

```
def verh(i,r):
    return i/r
def verh_err(i,r,i_err,r_err):
    return np.sqrt(((1/r)*i_err)**2 + ((-i/r**2)*r_err)**2)

#lpl = verh(v_lol,corrected_means)
y = []
yerr =[]
for i in range(len(d)):
    v_i2 = verh(v_lol[i],corrected_means[i])
```

```
    v_ierr2 = verh_err(v_lol[i],corrected_means[i],v_lol_err[i],lolerr[i])
    y.append(v_i2)
    yerr.append(v_ierr2)
    print(f" Index = {i} ,verh ltniss = {v_i2:.4f}, Error: {v_ierr2:.5f}")
```

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

print(x)
# Beispiel-Daten
x2 = abs(np.log(x))
print(x2)
# Plot mit logarithmischer Skala
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.errorbar(x, y, xerr=xerr, yerr=yerr, fmt='.', capsize=5, label='Werte')

# Logarithmische Skala f r die x-Achse
plt.xscale('log')

# Labels und Titel
plt.xlabel('Re')
plt.ylabel('$v/v_{lam}$')
plt.title('')

# Grid und Legende
plt.grid(which="both", linestyle="--", linewidth=0.5)
plt.legend()

# Plot anzeigen
plt.show()
```

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import linregress

# Daten
V = np.array([5, 10, 15, 20, 25])  # Volumen in mL
t_neu = np.array([148.28, 273.35, 445.48, 609, 765.73])  # Zeit in Sekunden
Delta_t = 1  # Zeitfehler in Sekunden

# Lineare Regression
```

```
slope, intercept, r_value, p_value, std_err = linregress(t_neu, V)

# Ausgabe der Fit-Parameter
print("Lineare Regression:")
print(f"Steigung (slope): {slope:.4f}     {std_err:.4f} mL/s")
print(f"Achsenabschnitt (intercept): {intercept:.4f} mL")
print(f"Bestimmtheitsma (R^2): {r_value**2:.4f}")

# Fit-Funktion
fit_line = slope * t_neu + intercept

# Plot
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.errorbar(t_neu, V, xerr=Delta_t, fmt='o', capsize=5, label='Daten', color='b
plt.plot(t_neu, fit_line, label=f'Fit: $V = {slope:.2f}t + {intercept:.2f}$', co

# Achsentitel und Labels
plt.xlabel('Zeit (s)')
plt.ylabel('Volumen (mL)')
plt.title('Lineare Regression von Zeit gegen Volumen')
plt.legend()
plt.grid(True)

# Plot anzeigen
plt.show()
```

Quellen- und Literaturverzeichnis

[1] Captain Joni: *pap1-tex-vorlage*. https://github.com/captain-joni/pap1-tex-vorlage. – [Online; Stand 28.08.2024]

[2] Dr. J.Wagner: *Physikalisches Praktikum 1 f¨ur Studierende der Physik B.Sc.* https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/PAP1.pdf. – [Online; Stand 01/2014]