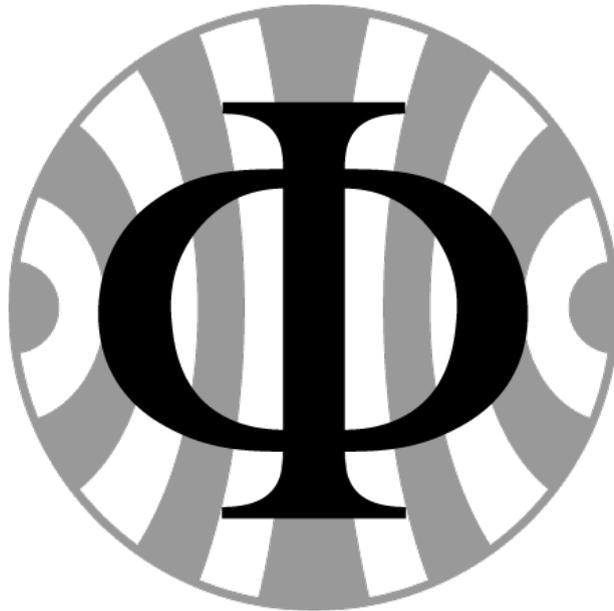


Versuch 222 - Heißluftmotor

PAP 2.1, [1]

04.12.2024



[2]

Teilnehmender Student: **Jonathan Rodemers**

Gruppe des Teilnehmenden: 4 (eigentlich)

Kurs: Mittwoch

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Messverfahren	1
1.3	Grundlagen aus der Physik	1
1.3.1	Die im thermodynamischen Kreislauf geleistete Arbeit:	1
1.3.2	Wärmezufuhr Q_{el} :	1
1.3.3	Thermischer Wirkungsgrad η_{th} :	2
1.3.4	Wärmeabfuhr Q_{ab} :	2
1.3.5	Mechanische Arbeit übers Drehmoment W_D :	2
1.3.6	Energiebilanz:	2
2	Durchführung	3
2.1	Messprotokoll	3
3	Auswertung	5
3.1	Bestimmung der Kälteleistung des Motors	5
3.2	Betrieb als Kältemaschine mit Wasser	6
3.3	Betrieb als Wärmekraftmaschine	7
3.4	Mechanische Arbeit über Drehmomentmessung	8
4	Zusammenfassung und Diskussion	9
5	Anhang	10
	Quellen- und Literaturverzeichnis	11

1. Einleitung

1.1 Motivation

Der Stirling-Motor ist eine der ersten Wärmekraftmaschinen, die für praktische Anwendungen entwickelt wurden und auf die Erfindung von Robert Stirling im Jahr 1816 zurückgehen. Seine externe Wärmequelle ermöglicht die Nutzung verschiedener Brennstoffe, einschließlich erneuerbarer Energien wie Solarenergie, was ihn äußerst vielseitig und nachhaltig macht. In diesem Versuch sollen die Grundsätze des Stirlingmotors als thermodynamisches System untersucht werden.

1.2 Messverfahren

Für das Experiment wird ein β -Stirlingmotor mit vertikaler Ausrichtung der Arbeits- und Verdrängerkolben verwendet. Die wichtigsten Komponenten sind:

- **Temperaturüberwachung:** Verwendung von Thermoelementen, die mit einem digitalen Thermometer verbunden sind, um Wärmezufuhr und -abgabe zu messen.
- **Messung Druck und Volumen:** Mit Sensoren wird der Druck über einen elektronischen Drucksensor und die Volumenänderungen durch Verfolgung der Kolbenbewegung aufgezeichnet.
- **Leistung und Wirkungsgrad:** Die elektrische Leistung für Heizung und Kühlung wird mit einem Multimeter gemessen, und die mechanische Leistung des Motors wird durch Drehmoment und Drehfrequenz quantifiziert.
- **Datenverarbeitung:** mit der Software Cassylab berechnen wir das pV-Diagramm, das Aufschluss über den thermodynamischen Kreislauf gibt, und ermitteln später die Arbeit und den Wirkungsgrad des Motors.

Im Rahmen des Experiments wird der Stirlingmotor in drei Betriebsarten getestet: als Wärmekraftmaschine, als Wärmepumpe und als Kältepumpe. Mit einer Prony-Bremse und weiteren thermodynamischen Verfahren werden der Wirkungsgrad und die Energieumwandlungsraten untersucht.

1.3 Grundlagen aus der Physik

Der Stirlingmotor arbeitet nach thermodynamischen Prinzipien, wobei der Schwerpunkt auf dem Wirkungsgrad und der Energieverteilung liegt. Zu den wichtigsten Prozessen und Formeln, die für dieses Experiment relevant sind, gehören:

1.3.1 Die im thermodynamischen Kreislauf geleistete Arbeit:

Die mechanische Arbeit W_{pV} wird aus der vom pV-Diagramm eingeschlossenen Fläche berechnet:

$$W_{pV} = \oint p dV \quad (1.1)$$

1.3.2 Wärmezufuhr Q_{el} :

Die elektrische Heizung liefert die Energie für den Kreislauf. Der Wärmebetrag ist:

$$Q_{el} = \frac{IU}{f}. \quad (1.2)$$

1.3.3 Thermischer Wirkungsgrad η_{th} :

Der Wirkungsgrad des Stirlingmotors wird durch den Vergleich der abgegebenen Arbeit mit der zugeführten Wärme ermittelt:

$$\eta_{th} = \frac{\ln(\frac{V_2}{V_1})(1 - \frac{T_2}{T_1})}{\ln(\frac{V_2}{V_1}) + \frac{C_v}{R}(1 - \frac{T_2}{T_1})}. \quad (1.3)$$

1.3.4 Wärmeabfuhr Q_{ab} :

Kühlwasser führt überschüssige Wärme ab, berechnet mit:

$$Q_{ab} = \frac{c_W \rho_W \Delta T \dot{V}}{f}. \quad (1.4)$$

1.3.5 Mechanische Arbeit übers Drehmoment W_D :

Die mechanische Arbeit wird über eine Drehmomentmessungen berechnet:

$$W_D = 2\pi D, \quad \text{with } D = lF. \quad (1.5)$$

1.3.6 Energiebilanz:

Die dem Motor zugeführte Energie Q_{el} wird verteilt als mechanische Arbeit $W_{mechanisch}$, Wärmeverluste Q_{ab} , und andere Ineffizienzen Q_v :

$$Q_{el} = Q_{ab} + W_{mech} + Q_v. \quad (1.6)$$

2. Durchführung

2.1 Messprotokoll

Messprotokoll: Heißluftmotor (Versuch 222)

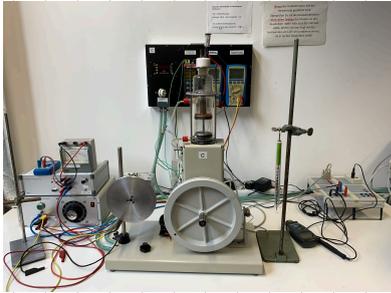
4.12.2024

Jonathan Rodemers, Philippe Milan

Geräte:

- Heißluftmotor
- regelbares Netzteil für die Heizwendel
- Sensorsystem „Cassy“ mit Druck-, Temperatur- und Wegsensor
- PC mit Drucker
- Dreikanal-Thermometer
- Multimeter
- Elektrischer Antriebsmotor mit regelbarem Netzteil
- Durchflussmengen-Messgerät des Kühlwassers

Versuchsaufbau:



Versuchsdurchführung

1. Heißluftmotor als Kältemaschine & quantitative Bestimmung der Kälteleistung

- Teflon-Zylinderkopf wird mit Heizwendel auf den Motor montiert (Heizwendel darf nicht den Verdränger berühren; Muttern werden gleichmäßig nicht zu fest angezogen)
- Anschlusskabel des Thermoelements wird mit dem Digitalthermometer verbunden & Heizkopf an Netzteil angeschlossen
- Amperemeter wird auf 20A AC & Spannungsbereich des Voltmeters auf 20V AC eingestellt (Amperemeter zeigt lediglich 1/5 des tats. fließenden Stroms an)
- Antriebsriemen wird über das Schwungrad des Motors & an der Seite des Elektromotors über die Riemenscheibe gespannt
- Riemenabdeckung wird montiert
- Temperaturen des Kühlwassers & im oberen Teil des Motors wird mittels Software aufgezeichnet; Elektromotor wird gestartet
- Heizleistung, Volumenfluss & Temperaturdifferenz werden gemessen (Temperatur fällt ab & Heizleistung wird langsam erhöht)

$$T_0 = (24,7 \pm 0,5)^\circ\text{C}$$

Tabelle 1: Volumenfluss

Nr.	1	2	3	4	5
\dot{V} [ml/min]	280,7	277,3	279,2	281,0	280,0

$\bar{V} = (279,64 \pm 1,34) \text{ ml/min}$ $\Delta V = 3 \text{ ml/min}$

$$I_H = (0,78 \pm 0,005) \text{ A}$$

(entspricht 1/5 des tatsächlichen Stroms)
 $\Rightarrow 3,9 \text{ A}$

$$U_H = (5,27 \pm 0,005) \text{ V}$$

$$\Delta T = T_{\text{ob}} - T_{\text{zu}} = (3,00 \pm 0,05)^\circ\text{C}$$

2. Betrieb als Kältemaschine & Wärmepumpe

- Zylinderkopf wird mit dem Reagenzglas auf den Motor gesteckt & Reagenzglas mit 1ml Wasser befüllt & Temperaturfühler hineingesteckt
- Aufzeichnung der Temperatur des Wassers im Reagenzglas und des Kühlkreises wird gestartet
- Nach ca. 1 min wird der Motor gestartet
- Motorleistung wird durch eine Strom-Spannungsmessung protokolliert
- Motor wird als Kältemaschine zu 10 und 15 min laufen gelassen (bis Temperatur deutlich unter 0°C fällt)
- Folgende Größen werden gemessen:

$$I_M = (2,20 \pm 0,05) A$$

$$U_M = (24,0 \pm 0,1) V$$

$$f = (330,3 \pm 2,0) \text{ RPM}$$

$$t_f = 304,1 s - 179,8 s = 124,3 s (\pm 2,0 s)$$

→ Motor wird unmittelbar danach als Wärmepumpe betrieben → Wasser wird erhitzt bis es fast 100°C erreicht

3. Betrieb als Wärmekraftmaschine

- Keramik-Zylinderkopf wird mit der Heizwendel auf den Motor montiert (Halbkopf wird an das Netzteil angeschlossen)
- Riemenabdeckung & Antriebsriemen werden entfernt
- Heizwendel wird eingeschaltet & Motor angeschaltet (im Uhrzeigersinn) bis dieser von alleine läuft
- Mithilfe der Software wird ein PV-Diagramm aufgenommen

Tabelle 2: PV-Fläche

Nr.	1	2	3
PV-Fl. [hPa·cm ²]	16200	16200	16300

$$\bar{A}_{PV} = 16233,3 \text{ hPa cm}^2$$

$$I_H = (2,590 \pm 0,005) A$$

$$U_H = (12,90 \pm 0,02) V$$

$$V = (280 \pm 3) \text{ ml/min}$$

$$T_{ab} - T_{zu} = (3,50 \pm 0,05) ^\circ C$$

Tabelle 3: Kreisfrequenz

Nr.	1	2	3
f [RPM]	304,2	302,0	306,9

$$\bar{f} = (304,57 \pm 4,254) \text{ RPM}$$

$$\Delta f = 3 \text{ RPM}$$

- Real abgegebene Arbeit W_b wird durch eine Drehmomentmessung gemessen
- Prony-Zeum wird auf die Achse des laufenden Motors geschoben (Silikonöl wird davor auf die Motorwelle gegeben)
- Federkraftmesses wird in den Bremszeum eingehängt

$$I_H = (3,000 \pm 0,005) A$$

$$U_H = (14,86 \pm 0,02) V$$

$$T_{ab} - T_{zu} = (4,50 \pm 0,05) ^\circ C$$

Neu eingestellte Leistungsweite

Tabelle 4: Bremskraftmessung

F_{Brems} [N]	A [hPa·cm ²]			\bar{A} [hPa·cm ²]	f [RPM]		\bar{f} [RPM]
0,8	25600	25600	25500	25567	315,9	315,3	314,9
0,6	24500	24200	24200	24333	341,0	339,7	340,1
0,4	22800	22900	23200	23000	380,7	379,5	379,9
0,2	21500	21500	21400	21467	417,5	416,7	416,8

$$\Delta F = 0,02 \text{ N}$$

$$\Delta A = 76,92 \text{ hPa cm}^2$$

↳ durchschn. stat. Fehler von Mittelwert

$$\Delta f = 2,0$$

09.12.24

3. Auswertung

3.1 Bestimmung der Kälteleistung des Motors

Zunächst bestimmen wir aus der gemessenen Spannung und dem Strom, der für die Kompensatin benötigt wurde die Kälteleistung mit:

$$P = U \cdot I \quad (3.1)$$

Mit dem Fehler:

$$\Delta P = \sqrt{(I\Delta U)^2 + (U\Delta I)^2} \quad (3.2)$$

Wir erhalten die Kälteleistung:

$$P_{\text{kälte}} = (20,55 \pm 0,13)W$$

Weiternoch können wir mithilfe der Motorleistung, die wir später für gleiche Einstellung benutzt haben auswerten um somit auf die Leistung dessen zu schließen. Es ergibt sich:

$$P_m = (53,8 \pm 1,2)W$$

Weiternoch berechnen wir die pro Umlauf hinzugefügte Wärme $Q_2 = W_H$

$$W_H = \frac{P_{\text{kälte}}}{f} \quad (3.3)$$

Mit dem Fehler:

$$\Delta W_H = \sqrt{\left(\frac{1}{f}\Delta P\right)^2 + \left(\frac{-P}{f^2}\Delta f\right)^2} \quad (3.4)$$

Mit den Gleichen Formeln bestimmen wir auch W_m , welche die Pro Umlauf hinzugefügte Mechanische Arbeit ist.

$$Q_2 = W_H = (3,73 \pm 0,03)J$$

und

$$W_m = (9,77 \pm 0,22)J$$

Mithilfe der Formel 1.4 berechnen wir $Q_{ab} = Q_1$: Dabei rechnen wir den Fehler aus mit:

$$\Delta Q_1^2 = \left(\frac{-V c_w \rho_w}{f} \Delta T_{zu}\right)^2 + \left(\frac{V c_w \rho_w}{f} \Delta T_{ab}\right)^2 + \left(\frac{c_w \rho_w (T_{ab} - T_{zu})}{f} \Delta V\right)^2 + \left(\frac{-V c_w \rho_w (T_{ab} - T_{zu})}{f^2} \Delta f\right)^2 \quad (3.5)$$

Wir erhalten:

$$Q_1 = (31,8 \pm 0,3)J$$

Im Idealfall sollte gelten: $Q_1 = W_m + Q_2$ Es ergibt sich:

$$W_m + Q_2 = (13,50 \pm 0,22)J$$

Man kann also eine große Diskrepanz erkennen, die natürlich durch viele systematische Versuchungenaugigkeiten erklärt werden könnte, plausibler ist aber das wir beim Ablesen einen Fehler gemacht haben, oder die 9°K im Messprotokoll doch nur 3°K waren.

Der Wirkungsgrad bestimmt sich über:

$$\eta = \frac{Q_2}{W_m} \tag{3.6}$$

mit dem Fehler:

$$\Delta\eta = \sqrt{\left(\frac{1}{W_m}\Delta Q_2\right)^2 + \left(\frac{-Q_2}{W_m^2}\Delta W_m\right)^2} \tag{3.7}$$

Wir erhalten einen Wirkungsgrad von:

$$\eta = (0.382 \pm 0.009)$$

3.2 Betrieb als Kältemaschine mit Wasser

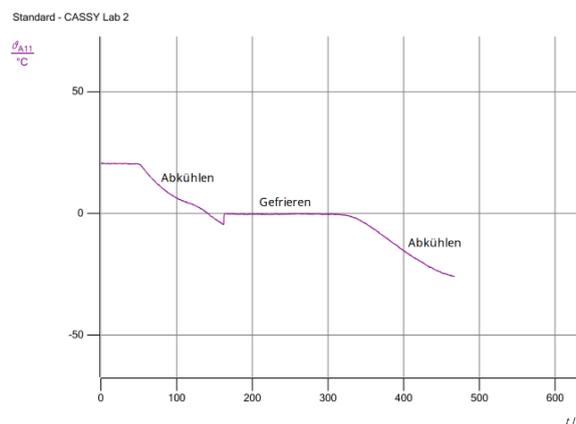


Abbildung 3.1: Temperaturverlauf des Wassers

(*Dieser Verlauf wurde von einer anderen Gruppe bereitgestellt, da wir die Daten nur als .labx Datei abspeicherten und damit ohne das Cassy System den Verlauf nicht extrahieren konnten.)

Wie könnn erkennen, dass das Wasser kontinuierlich kälter wird. Wenn wir unter 0°C fallen springt die Temperatur kurz wieder hoch. Dies ist damit zu erklären, dass wir reinstwasser verwenden, und erst ab einer gewissen kalten Temperatur ein Eiskristall sich bilden kann. Dieser Eiskristall löst dann das Gefrieren aus, weswegen die Temperatur kurz spiked und dann auf einen konstant kalten Wert fällt. In dieser Zeit gefriert das Wasser komplett und erst danach wird es weiterhin kälter bis der Zenit der Kältemaschine erreicht ist.

Der Aufwärmvorgang kann schneller passieren, da der Motor nun mitder Umgebungstemperatur arbeitet und nicht gegen sie. Der Motorkopf besteht aus Glas und leitet damit die Kälte auch gut nach Außen, d.h. zum Abkühlen muss der Motor auch erstmal das Glas und die Umgebungstemperatur abkühlen. Dies ist beim Aufwärmen keine Extra Arbeit die geleistet werden muss.

Wir können aus der Gefrierzeit erneut die Kälteleistung abschätzen mit:

$$P_{kalt} = \frac{m\lambda}{t} \quad (3.8)$$

Dabei haben wir t gemessen mit:

$$t = (124,3 \pm 2)\text{sec}$$

und errechnen den Fehler mit:

$$\Delta P_{kalt} = \frac{-m\lambda}{t^2} \cdot \Delta t \quad (3.9)$$

Es ergibt sich:

$$P_{kälte} = (2,70 \pm 0,04)\text{W}$$

Diese weist eine große und signifikante Abweichung von der Vorherigen Messung auf.

3.3 Betrieb als Wärmekraftmaschine

Wir bestimmen zunächst die folgenden Größen: $f, P_{el}, Q_{el}, P_{ab}, P_{pV}, Q_{pV}, \eta_{th}$. Dabei sind die Größen in der folgenden Tabelle abgetragen und deren Berechnung findet sich darunter:

f	P_{el}	Q_{el}	P_{ab}	Q_{ab}	P_{pV}	Q_{pV}	η_{th}
$(304,57 \pm 1,25)\text{RPM}$	$(167.1 \pm 0,4)\text{ W}$	$(32,92 \pm 0,15)\text{J}$	$(68 \pm 1)\text{W}$	$(13,45 \pm 0.20)\text{J}$	$(8,22 \pm 0,16)\text{W}$	$(1,62 \pm 0,03)\text{J}$	$(0.0507 \pm 0,0009)$

Tabelle 3.1: Werte der Wärmekraftmaschine

Aus dem Messprotokoll übernehmen wir die Werte für f und Q_{pV} , wobei wir hier die Einheiten noch umrechnen müssen.

Die Elektrische Leistung wird wie oben errechnet, dabei wird die Spannung und der Heizstrom verwendet.

Für die Abgeführte Wärme gehen wir genauso vor wie zuvor schon mit der Kalorienformel.

Mithilfe von $W = P/f$ lassen sich nun auch noch die anderen Größen errechnen.

Dabei wird n_{th} berechnet mit:

$$n_{th} = \frac{W_{pV}}{Q_{el}} \quad (3.10)$$

Mit der Fehlerformel:

$$\Delta n_{th} = \sqrt{\left(\frac{1}{Q_{el}} \Delta W_{pV}\right)^2 + \left(\frac{-W_{pV}}{Q_{el}^2} \Delta Q_{el}\right)^2} \quad (3.11)$$

Die Energiebilanz lässt sich schreiben als:

$$Q_{el} = W_{pV} + Q_{ab} + Q_V \quad (3.12)$$

Wobei Q_V der zusammengefasste thermische und mechanische Verlust ist. Es errechnet sich also:

$$Q_V = (17.85 \pm 0.25)\text{J}$$

3.4 Mechanische Arbeit über Drehmomentsmessung

Die Arbeit kann berechnet werden mithilfe der Formel:

$$W_D = 2\pi l F \tag{3.13}$$

Dabei ist $l = 25\text{cm}$ die Länge des Bremszaums und F die jeweilige Kraft.

Den Fehler rechnen wir aus mit:

$$\Delta W_D^2 = (2\pi F \Delta l)^2 + (2\pi l \Delta F)^2 \tag{3.14}$$

Weiternoch berechnen wir noch η_{eff} mit:

$$\eta_{eff} = \frac{W_D}{Q_{el}} \tag{3.15}$$

Und den Fehler mit:

$$\Delta \eta_{eff}^2 = \left(\frac{1}{q_{el}} \Delta W_D \right)^2 + \left(\frac{-W_D}{q_{el}^2} \Delta q_{el} \right)^2 \tag{3.16}$$

F [N]	f [RPM]	W_D [J]	W_{pV} [J]	η_{th}	η_{eff}
0,8	$314,9 \pm 2$	$1,26 \pm 0,07$	$2,5567 \pm 0,008$	$0,0777 \pm 0,0004$	$0,0383 \pm 0,0021$
0,6	340 ± 2	$0,94 \pm 0,08$	$2,4333 \pm 0,008$	$0,0739 \pm 0,0004$	$0,0286 \pm 0,0024$
0,4	$379,9 \pm 2$	$0,63 \pm 0,08$	$2,3000 \pm 0,008$	$0,0699 \pm 0,0004$	$0,0191 \pm 0,0024$
0,2	$416,8 \pm 2$	$0,31 \pm 0,08$	$2,1467 \pm 0,008$	$0,0652 \pm 0,0003$	$0,0094 \pm 0,0024$

Tabelle 3.2: Wertetabelle verschiedener Bremskräfte

Weiternoch tragen wir die Werte der Wirkungsgrade in ein Diagramm ein.

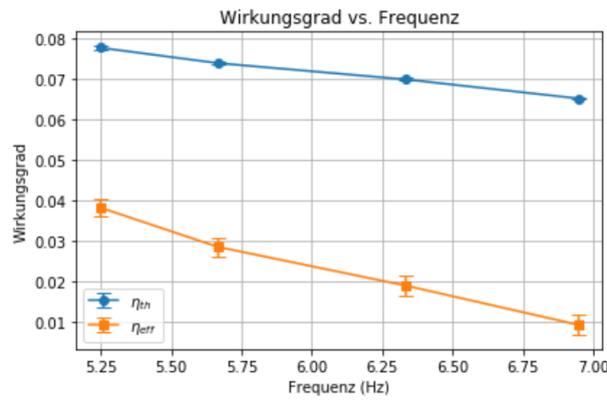


Abbildung 3.2: Wirkungsgrade

Man kann erkennen, dass der Effektive Wirkungsgrad dauerhaft niedriger ist als der η_{th} , dies liegt daran, dass η_{eff} nur den Wirkungsgrad im Bezug auf die Arbeit, die am Schwungrad ist betrachtet. Und η_{th} auch die Arbeit berücksichtigt, die in den Lagern und in Reibungen benötigt werden.

4. Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Experiment untersuchten wir die Prinzipien und Anwendungen des Stirlingmotors in drei Konfigurationen: als Kühlmaschine, als Wärmepumpe und als Wärmekraftmaschine.

Unser Hauptziel war es, die Wirkungsgrade, die Energieumwandlung und die mechanischen Leistungen zu analysieren. Mithilfe von Sensoren sowie elektrischen Messinstrumenten haben wir einige Kennzahlen ermittelt und mit den theoretischen Erwartungen verglichen. Für den Kühlbetrieb berechneten wir eine Leistung von

$$P_{\text{kälte}} = (20,55 \pm 0,13)\text{W}$$

am Anfang, was im Gegensatz zu der deutlich niedrigeren Leistung von

$$P_{\text{kälte}} = (2,70 \pm 0,04)\text{W}$$

steht, die sich aus den Messungen zum Gefrieren von Wasser ergaben. Diese Diskrepanzen weisen auf mögliche systematische Fehlerquellen hin, wie Wärmeverluste an die Umgebung oder Ungenauigkeiten bei der Aufzeichnung von Temperatur und Durchflussmenge.

Beim Betrieb als Wärmekraftmaschine wurde ein thermischer Wirkungsgrad von

$$\eta_{th} = (0,382 \pm 0,009)$$

ermittelt, während der effektive mechanische Wirkungsgrad (η_{eff}) eher schwankte und bei der höchsten Last einen Spitzenwert von

$$\eta_{eff} = 0,0383 \pm 0,0021$$

erreichte. Diese Werte liegen unter den idealen Wirkungsgraden für Stirlingmotoren, die unter optimalen Bedingungen über 50 % liegen können. Die Abweichung ist wahrscheinlich auf Reibungsverluste, eine unzureichende Wärmedämmung und den generellen Grenzen des Versuchsaufbaus, wie die Genauigkeit der Drehmoment- und Drehfrequenzmessungen, zurückzuführen. Außerdem zeigte die beobachtete Energiebilanz nicht berücksichtigte Verluste, die auf kombinierte mechanische und thermische Ineffizienzen zurückzuführen sind, was diese systematischen Probleme weiter bestätigt.

Trotz einiger Herausforderungen war das Experiment ein Erfolg, da es die grundlegenden thermodynamischen Prozesse für Stirlingmotoren aufzeigte. Wir haben den pV -Zyklus visualisieren können, verschiedene Leistungskennzahlen quantifiziert etc.

5. Anhang

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

frequenz = np.array([314.9, 340, 379.9, 416.8])
eta_th = np.array([0.0777, 0.0739, 0.0699, 0.0652])
eta_th_err = np.array([0.0004, 0.0004, 0.0004, 0.0003])
eta_eff = np.array([0.0383, 0.0286, 0.0191, 0.0094])
eta_eff_err = np.array([0.0021, 0.0024, 0.0024, 0.0024])

frequenz_hz = frequenz / 60

plt.errorbar(frequenz_hz, eta_th, yerr=eta_th_err, fmt='o-', label=r'$\eta_{th}$')
plt.errorbar(frequenz_hz, eta_eff, yerr=eta_eff_err, fmt='s-', label=r'$\eta_{ef}$')

plt.xlabel('Frequenz (Hz)')
plt.ylabel('Wirkungsgrad')
plt.title('Wirkungsgrad vs. Frequenz')
plt.legend()
plt.grid()
plt.tight_layout()

plt.show()
```

Quellen- und Literaturverzeichnis

- [1] CAPTAIN JONI: *pap1-tex-vorlage*. <https://github.com/captain-joni/pap1-tex-vorlage>. – [Online; Stand 28.08.2024]
- [2] DR. J. WAGNER: *Physikalisches Praktikum 1 für Studierende der Physik B.Sc.* <https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/PAP1.pdf>. – [Online; Stand 01/2014]