Versuch 241

PAP 2.1, [1]

12.02.2025

[2]

Teilnehmender Student: **Jonathan Rodemers**

Gruppe des Teilnehmenden: 1

Kurs:

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

1.1 Motivation

Elektrische Schaltungen spielen eine grundlegende Rolle in der Wissenschaft und Technik. Insbesondere RC- und RLC-Glieder sind entscheidend für verschiedene Anwendungen, wie z. B. Frequenzfilter, Signalverarbeitung oder Schwingkreise in elektronischen Geräten.

Frequenzfilter ermögliochen z.B die gezielte Selektion von Signalen, z.B. zur Unterdrückung von Störungen bestimmter Frequenzbereiche.

In diesem Experiment werden RC- und RCL- Glieder untersucht. Dabei werden Hoch- und Tiefpassfilter analysiert, um deren charakteristische Eigenschaften, wie die Grenzfrequenz, die Phasenverschiebung und das Übertragungsverhalten, zu bestimmen.

1.2 Messverfahren

Zur Durchführung des Experiments werden folgende Messgeräte und Komponenten verwendet:

1. **Funktionsgenerator:** Zur Einspeisung eines sinusförmigen Signals mit variabler Frequenz und Amplitude.
2. **Oszilloskop:** Zur Analyse von Spannungsverläufen und Bestimmung der Phasenverschiebung.
3. **RC-Glied:** Je nach Schaltungskonfiguration als Hoch- oder Tiefpassfilter.
4. **RCL-Glied:** Welches als Breitbandfilter agieren kann.

Das Experiment umfasst folgende Schritte:

1. **Bestimmung des Frequenzgangs:** Der Frequenzgang eines Hochpass- und eines Tiefpassfilters wird mit dem Circuit Analyzer gemessen. Dazu wird die Amplitude der Ausgangsspannung als Funktion der Frequenz bestimmt.
2. **Phasenmessung:** Die Phasenverschiebung zwischen Eingangssignal U_E und Ausgangssignal U_A wird mit Hilfe eines Oszilloskops ermittelt
3. **Analyse der Signalformung:** Es wird untersucht, inwiefern das RC/RCL-Glied als Integrator oder Differentiator wirkt, indem ein Rechteck- oder Dreiecksignal angelegt wird.

1.3 Grundlagen aus der Physik

1.3.1 Grundlegende Eigenschaften eines RC-Glieds

Ein RC-Glied besteht aus einem Widerstand R und einem Kondensator C. In einer Wechselstromschaltung wirkt der Kondensator als frequenzabhängiger Widerstand (Impedanz). Die Impedanz des Kondensators ist gegeben durch:

$$Z_C = \frac{1}{i\omega C} \tag{1.1}$$

wobei $\omega = 2\pi f$ die Kreisfrequenz des Eingangssignals ist.

Für die Gesamtschaltung kann das Verhältnis der Ausgangsspannung U_A zur Eingangsspannung U_E hergeleitet werden.

1.3.2 RC-Tiefpassfilter

Ein RC-Tiefpass lässt niedrige Frequenzen nahezu ungehindert passieren, während hohe Frequenzen zunehmend gedämpft werden. Die Spannung U_C, die am Kondensator abfällt, ist gegeben durch

$$U_C = \frac{U_E}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \tag{1.2}$$

Die Grenzfrequenz ω_g, also die Frequenz, bei der die Ausgangsspannung auf $\frac{1}{\sqrt{2}}$ des Maximalwertes fällt (entspricht einer Dämpfung von $3dB$), wird durch:

$$\omega_g = \frac{1}{RC} \tag{1.3}$$

gegebnen.

Die Phasenverschiebung zwischen Eingangssignal U_E und Ausgangssignal U_A beträgt:

$$\varphi = -\arctan(\omega RC) \tag{1.4}$$

1.3.3 RC-Hochpassfilter

Ein RC-Hochpass verhält sich komplementär zum Tiefpass und lässt hohe Frequenzen ungehindert passieren, während niedrige Frequenzen blockiert werden. Die Spannung U_R, die am Widerstand abfällt, ist gegeben durch:

$$U_R = \frac{U_E}{\sqrt{1 + (1/(\omega RC))^2}} \tag{1.5}$$

Die Grenzfrequenz ist die gleiche wie beim Tiefpass.

Die Phasenverschiebung zwischen U_E und U_R ist:

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{\omega RC}\right) \tag{1.6}$$

Hierbei eilt die Spannung U_R dem Eingangssignal voraus.

1.3.4 Bestimmung der Zeitkonstante τ

Die Zeitkonstante τ eines RC-Glieds beschreibt das Verhalten des Kondensators beim Laden und Entladen. Sie ist definiert als:

$$\tau = RC \tag{1.7}$$

Die Spannung am Kondensator beim Laden folgt der Exponentialfunktion:

$$U_C(t) = U_E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) \tag{1.8}$$

Beim Entlaen gilt entsprechend:

$$U_C(t) = U_E e^{-t/\tau} \tag{1.9}$$

1.3.5 Frequenzgang und Phasenmessung

Die Phasenverschiebung φ zwischen Eingangssignal und Ausgangssignal kann mit der Zeitdifferenz Δt gemessen werden:

$$\varphi = 360° \cdot \frac{\Delta t}{T} \tag{1.10}$$

mit $T = \frac{1}{f}$ als Periodendauer des Eingangssignals.

1.3.6 RC-Glied als Integrator und Differentiator

Ein RC-Glied kann als Integrator oder Differentiator arbeiten, wenn bestimmte Bedingungen erfüllt sind:

1. **Integrator:** Ein RC-Tiefpass verhält sich wie ein Integrator, wenn die Eingangsfrequenz f viel größer als die Grenzfrequenz ist ($f >> f_g$). In diesem Fall gilt näherungsweise:

$$U_C \approx \frac{1}{RC} \int U_E dt \tag{1.11}$$

2. **Differentiator:** Ein RC-Hochpass wirkt als Differentiator, wenn $f << f_g$. Die Ausgangsspannung ist dann proportional zur Ableitung des Eingangssignals:

$$U_R \approx RC \frac{dU_E}{dt} \tag{1.12}$$

1.3.7 Reihenschaltung eines RLC-Glieds

Bei einer Reihenschaltung von R,L und C gilt nach der Kirchhoff'schen Maschenregel:

$$U_R + U_C - U_L = 0 \tag{1.13}$$

Setzt man die Spannungen in Abhängigkeit von den Bauelementen ein, ergibt sich die Differentialgleichung:

$$L\frac{d^2 I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = 0 \tag{1.14}$$

Dies entspricht der Gleichung eines gedämpften harmonischen Oszillators. Die Eigenfrequenz lautet:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{1.15}$$

Die Lösung für den Strom im Schwingkreis hängt von der Dämpfung ab. Bei geringer Dämpfung (RR klein) entsteht eine gedämpfte Schwingung mit der Frequenz:

$$\omega_f = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \tag{1.16}$$

Die Amplitude der Schwingung folgt dabei einer exponentiellen Abnahme:

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} e^{i(\omega_f t + \varphi)} \tag{1.17}$$

Hierbei beschreibt die Dämpfungskonstante:

$$\delta = \frac{R}{2L} \tag{1.18}$$

die Abklinggeschwindigkeit der Schwingung.

1.3.8 Parallelschaltung eines RLC-Glieds

Im Resonanzfall ist die Impedanz maximal, da sich die induktive und kapazitive Blindleistung kompensieren. Die Resonanzfrequenz ergibt sich aus:

$$\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{1.19}$$

In einem Parallelschwingkreis nimmt der Widerstand RR Einfluss auf die Bandbreite der Resonanzkurve. Die Bandbreite ist proportional zur Dämpfung R.

$$\Delta\omega = \frac{R}{L} \tag{1.20}$$

Die Ressonanzfrequenz eines RCL- Schwingkreises bestimmt sich aus:

$$f_{res} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{1.21}$$

2. Durchführung

2.1 Messprotokol

12.02.25 | Versuch 241 | Jonathan Rademes
Raf 2.2 | Messprotokoll | Manuel Sorgenfrei

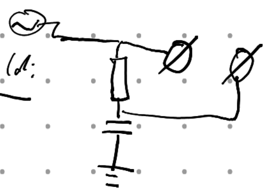
-> Funktionsgenerator und Speicheroszilloskop
-> Widerstände, Spulen, Kondensatoren, Diode
-> Steckbrett
-> Impedanzwandler
-> Niederfrequenz-Verstärker
-> Langdrahtantenne, Erdleitung
-> Kopfhörer, Computer.

Aufgabe 1.

	470nF, 1kΩ	4,7 nF, 10kΩ	47nF, 1kΩ
$T_{1/2}$	(0,43 ± 0,01) ms	45 ± 2μs	44μs ± 2μs
Frequenz	175.0 Hz	120 Hz	120 Hz

Δ nicht als Exact angenommen

Schaltbild:

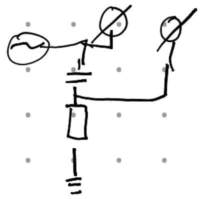


-> Bild abspeichern. ✓

Aufgabe 2.

-> Ein Integrationsbild speichern. ✓

Aufgabe 3.



Frequenzgang von Hochpass und Tiefpass 47nF, 1kΩ

f_{grenz}
3.03KHZ

f	1KHZ	2KHZ	3KHZ	4KHz	5kHz	6KHz	7KHZ	8KHZ
Δt	(40 ± 2)μs	(56 ± 2) μs	(44μs ± 2)μs	(40 ± 2)μs	(34 ± 1)μs	(30 ± 1)μs	27 ± 1	24 ± 1
φ	2π Δt · f →	. . . . .						

f	9KHZ	10KHz
Δt[μs]	25 ± 1	22 ± 1

$f_{grenz} = 3.44$ KHZ	1KHZ	2KHZ	3KHZ	4KHZ	5KHZ	6KHZ
Δt	$0{,}21 \pm 0{,}1$ ms	84 ± 2 µs	48 ± 2 µs	46 ± 2 µs	19 ± 1 µs	$13{,}2 \pm 0{,}5$ µs

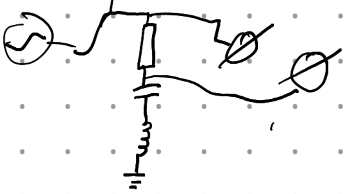
	7KHZ	8KHZ	9KHZ	10KHZ
	$(15{,}2 \pm 0{,}4)$ µs	$(8{,}0 \pm 0{,}4)$ µs	$(6{,}4 \pm 0{,}3)$ µs	$(5{,}8 \pm 0{,}3)$ µs

Aufgabe 4

-> 3 Frequenzgänge zu jedem R

R	f_R	Δf_l	Δf_r	U_{eff} (Eingang)	$\bar{U}_{eff}$ (Ausgang)
47Ω	3,98 kHz	3,41 kHz	4,25 kHz	2,01 V	0,61 V
1kΩ	3,75	1,79 kHz	7,87 kHz	2,01 V	1,82 V
220Ω	3,77 kHz	2,98 kHz	4,61 kHz	2,01 V	1,35 V
		$\Delta f = 0,03$		$\Delta U = 0,02$ V	

Schaltbild:



Aufgabe 6:

Frequenz d. Rechtecksignals:

$\bar{T} = 0,26 \pm 0,1$ ms $\qquad \Delta T = \sigma$

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	[V]
3,03 ± 0,05	1,75 ± 0,05	1 ± 0,05	0,66 ± 0,05	0,47 ± 0,05	

Aufgabe 7:

-> Diagramm

-> Resonanzfrequenz: 3,68 kHz $\qquad \Delta f = 30$ Hz

Aufgabe 8.

-> Bild von -> Spektrum von ✓

-> 3 Spektren ✓

Aufgabe 8

Tiefpassfilter: $f_1 = 99,18 Hz$ $f_2 = 3580$ $f_3 = 8KHz$

gedampft: $A_1 = -32 dBV$ $A_2 = ?$ $A_3 = ?$
normal: $A_{n1} = -2,75 dBV$ $A_{n2} = -8,36 dBV$ $A_{n3} = -8,36 dBV$

Hochpassfilter $A_1 = -3.06 dBV$ $A_2 = -7,75 dBV$ $A_3 = -8,69 dBV$ | gedampft
$A_{n1} = -4,44$ A_{n2} $-12,87$ $A_3 = -11,44$ | ungedampft

LC-Tiefpassfilter

	A_1	A_2	A_3
gedämpt	-5,37 dBV	-10,37 dBV	-6 dBV
ungedämpt	-2,75 dBV	-7,75 dBV	-8,96 dBV

Breitbandfilter mit 47 Ω

	A_1	A_2	A_3
gedampft	-57,87 dBV	-18,81 dBV	-38,5 dBV
ungedämpft	-3,06 dBV	-9 dBV	-9 dBV

mit 1000 Ω

	A_1	A_2	A_3
gedampft	-32,25 dBV	-8,41 dBV	-13,5 dBV
gedämpft	-3,06 V	-8,38 dBV	-8,38 dBV

$\Delta A = 0,2$ für alles

Aufgabe 9: Wurde gemacht, war cool!

Häufig verwendete Formeln: Sigma Abweichungen zwischen x und y:

$$\sigma = \frac{|x - y|}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}} \tag{2.1}$$

3. Auswertung

3.1 Zeitkonstanten

Aus der Gleichung 1.7 können wir den τ_{theo} ausrechnen.

Dabei berechnet sich der Fehler mit:

$$\Delta\tau = \sqrt{(C\Delta R)^2 + (R\Delta C)^2} \tag{3.1}$$

Das experimentelle τ erhalten wir, indem wir die gemessene Halbwertszeit durch $\ln 2$ teilen. Dann ergibt sich auch eine Fehlerformel von:

$$\Delta\tau_{exp} = \frac{\Delta T_{1/2}}{\ln 2} \tag{3.2}$$

Es ergibt sich die folgende Taballe: Dabei wurde die Sigma Abweichung mit der Formel 2.1

C [nF]	R [kΩ]	f [Hz]	τ_{theo} [μs]	τ_{exp} [μs]	Abweichung [σ]
470 ± 47	$1,00 \pm 0,05$	175	470 ± 52	620 ± 14	2,8
$4,70 \pm 0,47$	$10,0 \pm 0,5$	120	47 ± 5	64 ± 3	2,9
47 ± 5	$1,00 \pm 0,05$	120	47 ± 5	63 ± 3	2,7

Tabelle 3.1: Erwartet Zeitwerte vs. gemessene Zeitwerte

berechnet.

3.2 Integration und Differention mit RC GLied

Hierfür wurden verschiedene Kurven angeschaut und deren Integral bzw. Ableitung mittels des RC, Gliedes bestimmt.

Abbildung 3.1: Sägezahnfunktion

Hier dargestellt ist eine Sägezahnfunktion (in Rot) und deren Integral (in Blau).

Weiternoch haben wir uns eine Zig-ZagFunktion angeschaut, dessen Integral eine Rechteckfunktion ist.

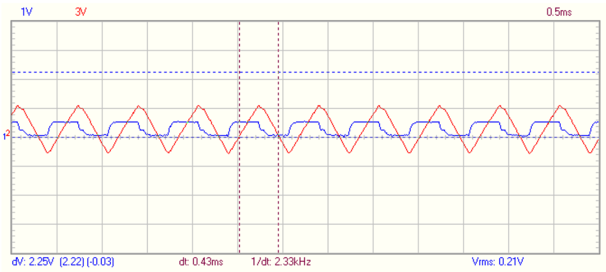


Abbildung 3.2: Zig-Zag-Funktion

Dabei verändert sich die Güte der Integration wenn man das Potentiometer anderweitig eisntellt. Je weniger Widerstand das Potetniometer hat, desto mehr ähnelt das Signal dem Eingangssignal. Bei zu viel Widerstand wird das Integrationssignal unsauber, da zu viel Spannung ma Poti abfällt.

Differenzierung

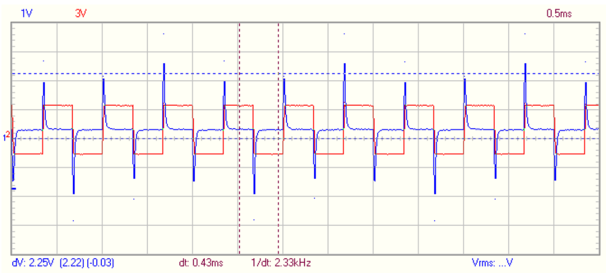


Abbildung 3.3: Recheckfunktion

Hier ist in Blau die Ableitung des roten Rechecksignals aufgetragen.

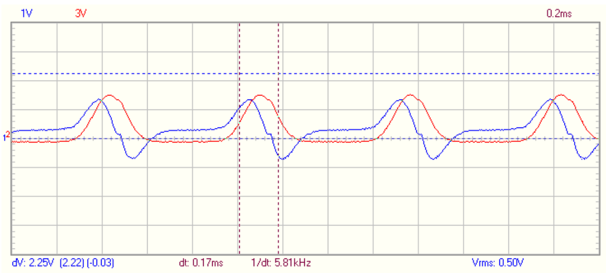


Abbildung 3.4: Gausskurven

Ähnlich verhällt sich auch die Güte der Differenzierung. Man muss den Widerstand am Poti genau einstellen, um eine schöne Differenzierung zu erhalten. Wie man erkennen kann, hat die blaue Differenzirungskurve die höchsten Werte bei der größten Veränderung des Eingangssignals. Man erkennt allerdings auch, dass diese Methode nicht an analytosche Methoden mithalten kann, da z.B. beim Gaussignale die erwartete Nullstelle der Diffenrezierung nicht wo zu erwarten auftrtitt. Auch bei dem Rechtecksignal sehen wir ßtörendeÄnteile, direkt nach der Flanke durch den sich entladenen Kondensator, die bei einer analytischen Differenzirung ausgeblieben wären.

3.3 Grennzfrequenzen

Plotten wir die Daten der Frequenzgänge und zeichnen zwei Lineare Fits ein, so können wir die Grenzfrequenz als den Schnittpunt dieser Geraden erlangen. Wir erhalten:

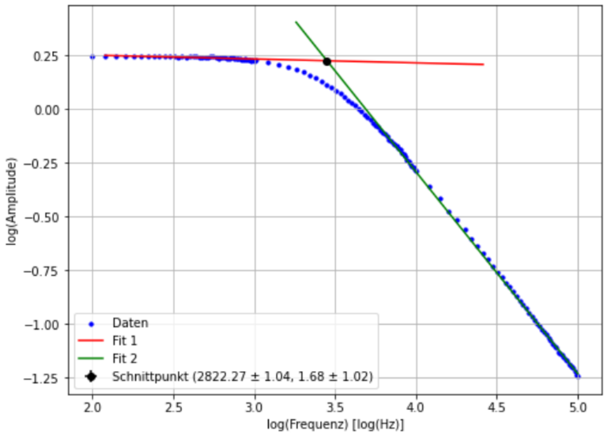


Abbildung 3.5: Frequnzgang Tiefpassfilter

Wir erhalten dadruch also eine Grenzfrequenz für den Teifpass von:

$$\underline{f_g = (2800 \pm 100)\ \text{Hz}}$$

Betrachten wir nun den Hochpass:

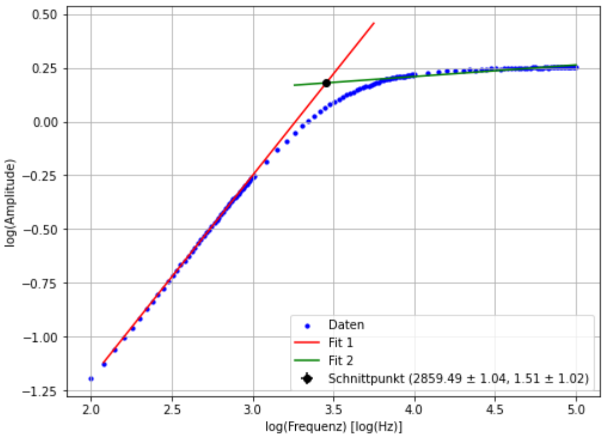


Abbildung 3.6: Hochpassfilter

Wir erhalten also eine Grenzfrequenz des Hochpasses von:

$$\underline{f_g = (2900 \pm 100)\ \text{Hz}}$$

Für das Auslesen der Grenzfrequenz aus dem Phasenplot, wurde die Phase gegen die Frequnz geplottet und ein Arctan Fit anepasst.

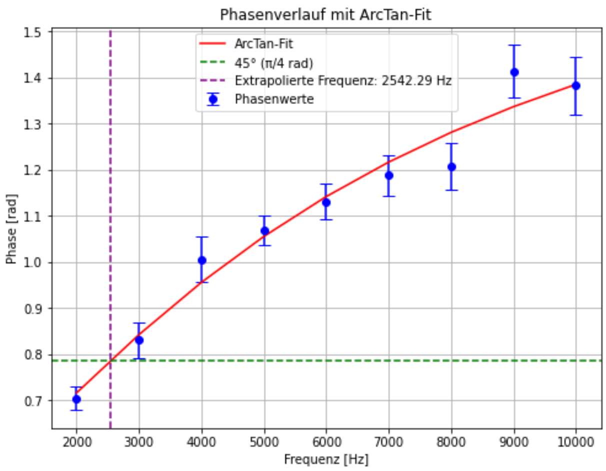


Abbildung 3.7: Phasenplot

Wir erhalten so einen Wert von:

$$\underline{f_g = (2500 \pm 100)\ \mathrm{Hz}}$$

Gleiches Vorgehen bei dem Phasenganz des Hochpasses ergibt:

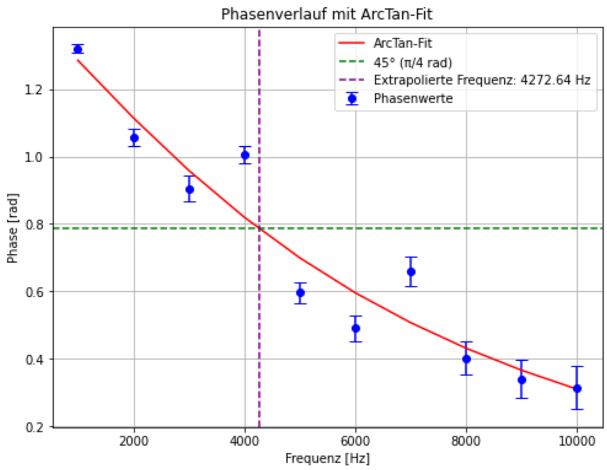


Abbildung 3.8: Hochpass Phasenplot

Mit diesem Phasenplot erhalten wir für die Grenzfrequenz:

$$\underline{f_g = (4300 \pm 200)\ \mathrm{Hz}}$$

Nun bestimmen wir die Theoretisch zu erwarteten Grenzfrequenzen mit:

$$f_g = \frac{1}{2\pi RC} \tag{3.3}$$

Mit dem Fehler:

$$\Delta f_g = \sqrt{\left(\frac{-1}{2\pi C R^2}\Delta R\right)^2 + \left(\frac{-1}{2\pi C^2 R}\Delta C\right)^2} \tag{3.4}$$

Zusammenfassend ergibt sich folgende Tabelle:

	f_{theo} [Hz]	f_{lin}[Hz]	f_{phase}[Hz]	σ theo-lin	σ theo-phase
Tiefpass	3400 ± 380	(2800 ± 100)	(2500 ± 100)	1,5	2,3
Hochpass	3400 ± 380	(2900 ± 100)	(4300 ± 200)	1,3	2

Tabelle 3.2: Grenzfrequenzvergleich

Dabei ist f_{lin} die Grenzfrequenz bestimmt durch die Linearen Fits und f_{phase}, die durch die Phasenplots bestimmte.

3.4 Bestimmung der Induktivität L_1

Die Ressonanzfrequenz lässt sich berechenn mit:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{3.5}$$

Nach Umstellen nach L erhalten wir:

$$L = \frac{1}{(2\pi f)^2 C} \tag{3.6}$$

Mit der Fehlerformel:

$$\Delta L = \sqrt{\left(\frac{-1}{2\pi^2 C f^3}\Delta f\right)^2 + \left(\frac{-1}{4\pi^2 C^2 f^2}\Delta C\right)^2} \tag{3.7}$$

Damit ergibt sich:

$$L_{47\Omega} = (0,034 \pm 0,003)\ \mathrm{H}, \quad L_{220\Omega} = (0,038 \pm 0,004)\ \mathrm{H}, \quad L_{1k\Omega} = (0,038 \pm 0,004)\ \mathrm{H}$$

Nun ermitteln wir noch den Schnitt für die nächsten Aufgaben:

$$\underline{\overline{L} = 0,036 \pm 0,004\ \mathrm{H}}$$

3.5 Bestimmung des Gesamtwiederstands

Ab hier verwende ich die Notation $\Delta\omega = \varpi$ Mithilfe der Formel:

$$\varpi = \frac{R + R_V}{L} \tag{3.8}$$

können wir den Gesamtwiederstand $R + R_V = \varpi 2\pi L$ ermitteln. Dabei nutzen wir die Fehlerformel:

$$\Delta(R + R_V) = \sqrt{(L\Delta\varpi 2\pi)^2 + (2\pi\varpi\Delta L)^2} \tag{3.9}$$

Für die drei Untersuchten Frequenzgänge ergibt sich:

R eingebaut	$R + R_V[\Omega]$	$R_V[\Omega]$
47Ω	(190 ± 22)	(143 ± 22)
$1k\Omega$	(1380 ± 150)	(380 ± 150)
220Ω	(370 ± 40)	(150 ± 40)

Tabelle 3.3: Widerstandwerte 1, Gesammtwiderstand und Verlustwiderstand

Weiternoch kann man den Verlustwiederstand über die Abnahmen der Amplitude bestimmen. Da hier die Impendanz des RC Gleides verschwindet.

Dazu nutzen wir die Formel:

$$R_V = R\left(\frac{U_E}{U_A} - 1\right) \tag{3.10}$$

Dabei ist U_E die Anfangsspannung und U_A die Ausgangspannung.

Wir nutzen die Fehlerformel:

$$\Delta R_V = \sqrt{\left(\left(-1 + \frac{U_E}{U_A}\right)\Delta R\right)^2 + \left(\frac{-RU_E}{{U_A}^2}\Delta U_A\right)^2 + \left(\frac{R}{U_A}\Delta U_E\right)^2} \tag{3.11}$$

Wir erhalten die Tabelle:

R eingebaut	$R_V[\Omega]$
47Ω	(108 ± 12)
$1k\Omega$	(104 ± 19)
220Ω	(108 ± 12)

Tabelle 3.4: Widerstandwerte 2

Ein Vergleich mit dem R_V, welches wir zuvor berechnet haben zeigt Abweichung von 1 , 1,4 und 1,8 σ. Also noch nicht relevant.

3.6 Berechnung der Induktivität

Wir nutzen wieder Formal 3.6 und bestimmen damit die Induktivität auf den Wert:

$$L = 0,036 \pm 0,003 \text{ H}$$

3.7 Berechnug Dämpfung und Gesamtwiderstand

Wir nutzen nun die Formel:

$$\delta T = \ln\left(\frac{A_n}{A_{n+1}}\right) \tag{3.12}$$

und:

$$\delta = \frac{R}{2L} \tag{3.13}$$

Stellen wir um erhalten wir:

$$R + R_V = 2L\delta f_{ressonanz} \tag{3.14}$$

Dazu nutzen wir die Fehlerformel:

$$\Delta(R + R_V) = \sqrt{(2\delta f \Delta L)^2 + (2Lf\Delta\delta)^2 + (2L\delta\Delta f)^2} \tag{3.15}$$

Wir bestimmten δ mit der Formel 3.12. Und berechnen den Fehler mit:

$$\Delta\delta = \frac{1}{T}\sqrt{\sum_{i=1}^{5}\left(\frac{\Delta A_i}{A_i}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A_{i+1}}{A_{i+1}}\right)^2} \tag{3.16}$$

Da wir $n = 5$ Messungen haben. Es folgt:

$$\delta = (0,47 \pm 0,04)1/sec$$

Damit erhalten wir einen Gesamtwiderstand von:

$$R + R_V = (125 \pm 15)\Omega$$

Zuvor wurde dieser mit dem Wert von $(143 \pm 22)\Omega$ bestimmt. Das entspricht einer Abweichung von 0,7σ. Und damit well-within den erwarteten Messfehlern.

3.8 Vergleich der Ressonanzfequenzen

Der gemessene Wert liegt bei:

$$f_{res} = 3680 \pm 30 \text{ Hz}$$

Der theoretische Wert, errechnet mit folgender Fehlerformel:

$$\Delta f_{res} = \sqrt{\left(\frac{-1}{4\pi L\sqrt{CL}}\Delta L\right)^2 + \left(\frac{-1}{4\pi C\sqrt{CL}}\Delta C\right)^2} \tag{3.17}$$

Es ergibt sich:

$$f_{res} = 3870 \pm 250 \text{ Hz}$$

Der Vergleich zeigt nur eine Abweichung von 0,7 σ.

3.9 Dämpfung durch Filter

Das 3,6kHz Signal wurde am Effektivsten durch den Breitbandfilter mit $C = 47$nF gefiltert:

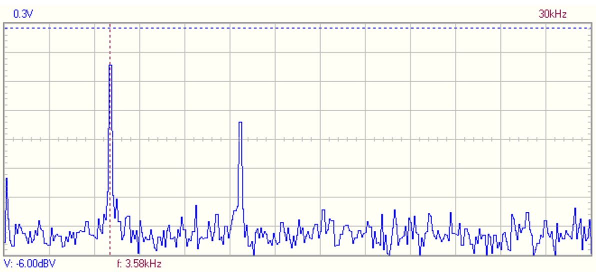


Abbildung 3.9: Breitband 47 Ω

Dieser filtert also am Besten die Störsignale raus, da wir wissen dass die Ressonanzfrequnz auch in diesem Bereich liegt, von dem Signal, welches wir heruasfiltern wollen (die 3,6kHz). Es ergibt also Sinn, dass dieser Breitbandfilter, der links und rehts Abschneidet, das gewünschte Signal am besten heruasfiltert.

Außerdem erkennen wir das der Tiefpassfilter, wie zu erwarten das 100Hz Signal sogut wie nicht dämpft (Maximal durch Verlustleistung inden Widerständen).

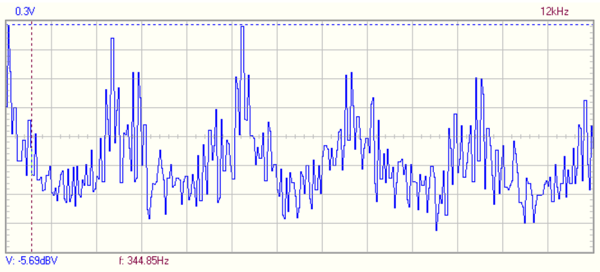


Abbildung 3.10: Tiefpass LC

Ein Hochpassfilter hingegen filtered/dämpft das 100Hz Signla hingegen stark ab:

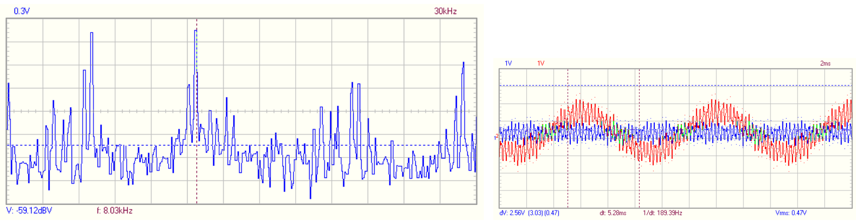


Abbildung 3.11: Hochpassfilter RC

Im weiteren Schauen wir uns die einzelnen Dämpfungen der verschiedenen Methoden und Frequenzen an und vergleichen diese. Da auch die Werte für das ungedämpfte zwischen den Versuchen schwankte, geben wir die Dämpfung relativ in % an.

$$\% = 100 \cdot \frac{A_0 - A_1}{A_0} \tag{3.18}$$

Dabei wird der Prozentuale Fehler ausgerechnet mit:

$$\Delta\% = \sqrt{\left(\frac{-100}{A_0}\Delta A_1\right)^2 + \left(\left(\frac{100}{A_0} - \frac{100\,(A_0 - A_1)}{{A_0}^2}\right)\Delta A_0\right)^2} \tag{3.19}$$

	100 Hz [%]	3850 Hz [%]	8kHz [%]
RC Tiefpass	-16.4 ± 1.1	0	0
RC Hochpass	31.1 ± 0.5	$38,83 \pm 0,18$	$55,30 \pm 0,11$
LC Tiefpass	$-95,3 \pm 1,6$	$-33,8 \pm 0,4$	$33,04 \pm 0,27$
Breitband mit 47Ω	-1791 ± 12	$-109,0 \pm 0,5$	-328 ± 1
Breitband mit 1kΩ	-954 ± 7	$-5,1 \pm 0,2$	$-61,1 \pm 0,5$

Tabelle 3.5: Prozenturale Dämpfung / Verstärkung durch jeweilige Schaltungen

Man kann erkennen, dass die hier gemessenen Werte teilweise stark von den zu erwartenden Ergenissen abweichen. Z.B. müsste der Tiefpassfilter ein Verhalten aufzeigen, bei dem er die niedrigen Frequenzen fast ungedämpft lässt und hohe Frequenzeen hingegen stark abdämpft. Allerdings ist

ist leider nach diesen Messungen das Gegenteil der Fall. Lediglich für die Breitbandfilter lässt sich deren Charakterischsisches Verhalten aus den Messungen ableiten.

4. Zusamenfassung und Diskussion

Im Rahmen dieses Experiments wurden RC-Glieder und RCL-Schwingerr sowohl als Hoch- als auch als Tiefpassfilter untersucht, um deren charakteristische Eigenschaften wie Grenzfrequenz/Ressonanzfrequenz, Phasenverschiebung und Dämpfung zu bestimmen. Zur Durchführung wurden Spannungsverläufe mittels Computr-Oszilloskop aufgenommen, der Frequenzgang durch Linearfits und Phasenplots analysiert und die Integrations- und Differentiationseigenschaften überprüft. Die experimentellen Ergebnisse zeigen eine gute Übereinstimmung mit den theoretischen Erwartungen, insbesondere bei der Bestimmung der Zeitkonstanten und der Grenzfrequenzen. Die mittels Linearfits bestimmten Grenzfrequenzen des Tief- und Hochpasses liegen bei (2800 ± 100) Hz und (2900 ± 100) Hz, während die Phasenplots abweichende Werte von (2542 ± 100) Hz bzw. (4300 ± 200) Hz liefern. Dies verdeutlicht, dass die Methode über den Phasenplot eine gewisse Ungenauigkeit aufweist, insbesondere aufgrund der begrenzten Stepgröße.

Die Berechnung der Induktivität mit $L = (0,036 \pm 0,004)$ H aus den Resonanzfrequenzen ergibt Werte, die sich innerhalb der erwarteten Unsicherheiten befinnden.

Auch die Bestimmung des Gesamtwiderstandes , z.B Mittels Berechnung der Dämpfung, liefern konsistente Ergebnisse, wobei die Abweichungen im Bereich von 1σ bis $1{,}8\sigma$ liegen und somit innerhalb des tolerierbaren Messfehlers. Der Vergleich der Resonanzfrequenzen ergab eine Abweichung von lediglich $0{,}7\sigma$, was auf eine hohe Messgenauigkeit hinweist.

Schließlich konnte die Filterwirkung untersucht werden, wobei insbesondere der Breitbandfilter mit C = 47 nF die höchste Dämpfung der Störsignalw erzielen konnte. Gleichzeitig bestätigte sich, dass der Hochpass das 100 Hz Signal effektiv dämpft, während der Tiefpass es nahezu unverändert passieren lässt. Dies konnte allerdings nur qualitativ am Osziloscop und dem entstehenden Signal beobachtet werden. Die gemessenen Werte, die einen Vergleich zwischen vorher und nacher qualitativ beobachtbar machen sollten, lassen in den Meisten fällen keine sinnvollen Rückschlüsse zu. Lediglich der Breitbandfilter zeigte seine charakterischtischen Eigenschaften auch quantitativ. Bei den anderen Messungen, also RC- und LC-Filter muss davon ausgegangen werden, dass die Messung falsch durchgeführt wurde, oder die jeweiligen Werte falsch notiert worden sind.

Trotz dieser Fehler ist das Experiment als erfolgreich zu bewerten, da die erzielten Werte weitestgehend mit den theoretischen Erwartungen übereinstimmen und die Funktionsweise von RC/LC-Gliedern als Filterelemente sowie als Integrator/Differentiator nachvollziehbar demonstriert wurde.

5. Anhang

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

def linear(x, m, b):
    return m * x + b

def find_intersection(popt1, pcov1, popt2, pcov2):
    m1, b1 = popt1
    m2, b2 = popt2

    # Berechnung des Schnittpunkts
    x_intersect = (b2 - b1) / (m1 - m2)
    y_intersect = m1 * x_intersect + b1

    # Fehlerfortpflanzung f r den Schnittpunkt
    dm1, db1 = np.sqrt(np.diag(pcov1))
    dm2, db2 = np.sqrt(np.diag(pcov2))

    dx_intersect = np.sqrt(
        ((1 / (m1 - m2)) ** 2) * (db1 ** 2 + db2 ** 2) +
        (((b2 - b1) / (m1 - m2) ** 2) ** 2) * (dm1 ** 2 + dm2 ** 2)
    )
    dy_intersect = np.sqrt((dm1 * x_intersect) ** 2 + db1 ** 2)

    return x_intersect, y_intersect, dx_intersect, dy_intersect

# Daten einlesen
filename = "data2/aufgabe3-1-tp.txt"  # Ersetze dies mit deinem Dateinamen
data = np.loadtxt(filename, usecols=(0, 1))
x, y = data[:, 0], data[:, 1]

# Logarithmieren der Werte f r eine bessere lineare Anpassung im Bode-Diagramm
log_x = np.log10(x)
log_y = np.log10(y)

# Bereiche f r lineare Fits (m ssen manuell angepasst werden, je nach Daten)
fit_range1 = (log_x < np.log10(1000))  # Beispielbereich f r den ersten Fit
fit_range2 = (log_x > np.log10(5000))  # Beispielbereich f r den zweiten Fit
```

```
popt1, pcov1 = curve_fit(linear, log_x[fit_range1], log_y[fit_range1])
popt2, pcov2 = curve_fit(linear, log_x[fit_range2], log_y[fit_range2])

# Schnittpunkt berechnen
x_int, y_int, dx_int, dy_int = find_intersection(popt1, pcov1, popt2, pcov2)

# Plot erstellen
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.scatter(log_x, log_y, label="Daten", color="blue", s=10)
plt.plot(log_x[1:100], linear(log_x[1:100], *popt1), 'r-', label="Fit 1")
plt.plot(log_x[50:500], linear(log_x[50:500], *popt2), 'g-', label="Fit 2")
plt.errorbar(x_int, y_int, xerr=dx_int, yerr=dy_int, fmt='o', color='black', lab
plt.xlabel("log(Frequenz) [log(Hz)]")
plt.ylabel("log(Amplitude)")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()

print(f"Schnittpunkt der beiden Fits:
```

```
    import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

deltaT = np.array([210,84,48, 40 ,19, 13, 15,8,6,5])  # Erster Wert entfernt
deltaTerr = np.array([2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 1, 1,1])
frequenz = np.array([1000,2000, 3000, 4000, 5000, 6000, 7000, 8000, 9000, 10000]

def phase(t, f):
    return 2 * np.pi * t * f*10**(-6)

def phase_error(t, terr, f):
    return 2 * np.pi * f * terr*10**(-6)  # Fehlerfortpflanzung

# Modell f r ArcTan-Fit
def arctan_fit(f, a, b, c):
    return a * np.arctan(b * f) + c

phasenwerte = phase(deltaT, frequenz)
```

```
phasenfehler = phase_error(deltaT, deltaTerr, frequenz)

# Curve Fit mit arctan-Funktion
popt, _ = curve_fit(arctan_fit, frequenz, phasenwerte, p0=[1, 0.0001, 0])

# Ziel: Phase = 45    (pi/4 rad)
target_phase = np.pi / 4

def find_frequency_for_phase(target_phase, params):
    from scipy.optimize import fsolve
    a, b, c = params
    return fsolve(lambda f: arctan_fit(f, a, b, c) - target_phase, x0=5000)[0]

extrapolated_freq = find_frequency_for_phase(target_phase, popt)

# Erstellen des Plots
plt.figure(figsize=(8, 6))
plt.errorbar(frequenz, phasenwerte, yerr=phasenfehler, fmt='o', label='Phasenwer
plt.plot(frequenz, arctan_fit(frequenz, *popt), 'r-', label='ArcTan-Fit')
plt.axhline(y=target_phase, color='g', linestyle='--', label='45    (   /4 rad)')
plt.axvline(x=extrapolated_freq, color='purple', linestyle='--', label=f'Extrapo
plt.xlabel("Frequenz [Hz]")
plt.ylabel("Phase [rad]")
plt.title("Phasenverlauf mit ArcTan-Fit")
plt.legend()
plt.grid()
plt.show()

print(f"Extrapolierte Frequenz f r eine Phase von 45    (   /4 rad): {extrapolatec
```

```
import numpy as np

# Gegebene Amplituden (Messwerte der Schwingung)
amplituden = np.array([3.03, 1.75, 1, 0.66, 0.47])  # Beispielwerte
fehler_amplituden = np.array([0.05, 0.05, 0.05, 0.05, 0.05])  # Fehler der Messu

n = len(amplituden) - 1  # Anzahl der Perioden

# Berechnung des logarithmischen Dekrements f r jede Periode
delta_values = np.log(amplituden[:-1] / amplituden[1:])
delta_mittel = np.mean(delta_values)  # Mittelwert f r bessere Genauigkeit
```

```
# Fehlerberechnung nach Fehlerfortpflanzung
sigma_delta = (1/n) * np.sqrt(np.sum((fehler_amplituden[:-1] / amplituden[:-1])**

print(f"Logarithmisches Dekrement: {delta_mittel:.4f}     {sigma_delta:.4f}")
```

Quellen- und Literaturverzeichnis

[1] CAPTAIN JONI: *pap1-tex-vorlage*. `https://github.com/captain-joni/pap1-tex-vorlage`. – [Online; Stand 28.08.2024]

[2] DR. J.WAGNER: *Physikalisches Praktikum 1 f¨ur Studierende der Physik B.Sc.* `https://www.physi.uni-heidelberg.de/Einrichtungen/AP/info/Corona/PAP1.pdf`. – [Online; Stand 01/2014]