Versuch 233 - Fourieroptik

PAP 2.1

Teilnehmender Student: **Harish Mahendran**

Gruppe des Teilnehmenden: **14**

Kurs: **Vormittags**

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung **1**
1.1 Motivation . . . 1
1.2 Grundlagen aus der Physik . . . 1
1.2.1 Beugung am Spalt . . . 1
1.2.2 Fouriertransformation . . . 3
1.2.3 Fouriertransformation eines Einzelspalts . . . 5
1.2.4 Fouriertransformation eines Doppelspalts . . . 6

2 Messprotokoll **9**
2.1 1. Messprotokoll . . . 9
2.2 2. Messprotokoll . . . 13

3 Auswertung **15**
3.1 Beugungsstruktur des Einzelspalts . . . 15
3.1.1 Eichung der Abzisse . . . 15
3.1.2 Bestimmung der Spaltbreite . . . 15
3.1.3 Intensitätsverhältnisse der Maxima . . . 17
3.2 Beugungsstruktur des Doppelspaltes . . . 19
3.3 Objektbilder des Einzelspalts . . . 21
3.4 Objektbilder des Doppelspalts . . . 28

4 Zusamenfassung und Diskussion **32**
4.1 Zusammenfassung . . . 32
4.2 Kritik . . . 33

5 Python-Skript **34**

1. Einleitung

1.1 Motivation

In diesem Versuch soll sich mit der Theorie der Fourieroptik näher auseinandergesetzt werden. Hierzu gehört in einem ersten Schritt der Aufbau und die Justierung des optischen Aufbaus. Anschließend sollen die Beugungsbilder eines Einzel- und Doppelspalts näher untersucht werden.

1.2 Grundlagen aus der Physik

1.2.1 Beugung am Spalt

Man kann zwischen zwei verschiedene Arten von Beugungen unterscheiden. Einmal die Fresnelsche Beugung. Hier befindet sich die Lichtquelle und die Beobachtungsebene im endlichen Abstand zum Beugungsobjekt. Dadurch ist die Berechnung des Interfernzmusters recht komplex, da die einzelnen Wellen mit einem unterschiedlichen Winkel α auf die Beobachtungsebene auftreffen. Weswegen wir hier die zweite Art von Beugung, die Frauenhofer Beugung, betrachten. Hier fällt das Licht parallel auf das Beugungsobjekt und trifft auf die Beobachtungsebene im Unendlichen.

Da wir hier das Interferenzmuster im endlichen beobachten wollen, wird hier eine Sammellinse verwendet die Interferenz wird dann in der Brennebene beobachtet.

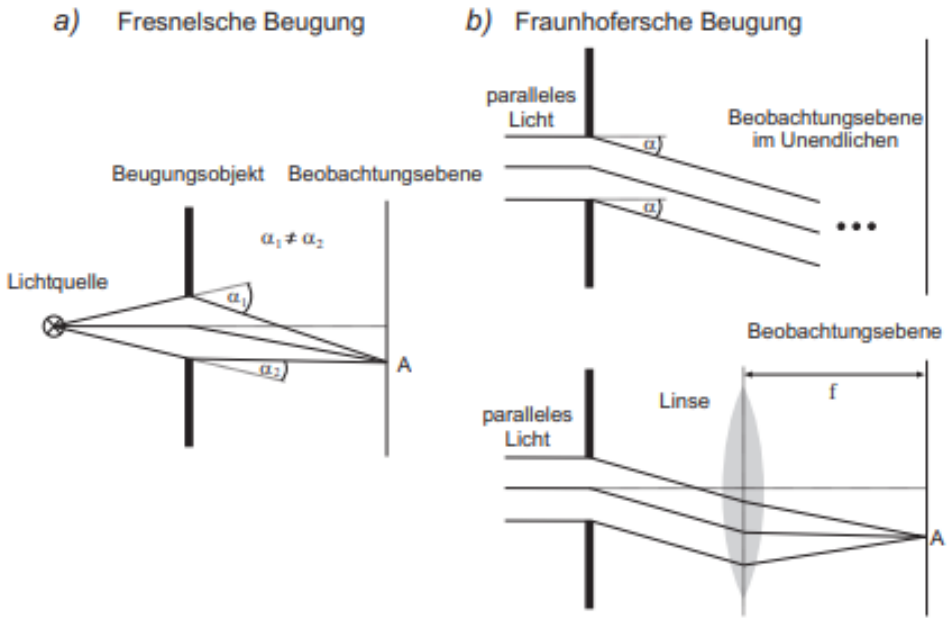


Abbildung 1: a) Fresnelsche Beugung b) oben: Frauenhofer Beugung mit Beobachtungsebene im ∞ unten: Frauenhofer Beugung mit einer Sammel Linse

Nach dem Prinzip von Huygen kann man eine Welle in Elementarwellen zerlegt werden. Also wird ein Spalt der Größe d mit einem monochromatischen Licht der Wellenlänge λ

gleich belichtet, so kann man die Amplitude im Unendlichen wie folgt berechnen:

$$E_\infty(\alpha) = \int_{\frac{-d}{2}}^{\frac{d}{2}} E_0 e^{-i(\omega t - kl)} dy \tag{1}$$

Hierbei ist der $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ der Wellenvektor. Die Weglänge l ist gegeben als

$$l = R + ysin(\alpha) \tag{2}$$

Hier ist R der Abstand zwischen Spalt und Schirm. Das ausführen des Integrals führt zu folgender Gleichung

$$E_\infty(\alpha) = E_0 e^{i(\omega t - kR)} \frac{sin(\pi d \cdot \sin(\frac{\alpha}{\lambda}))}{\pi \sin(\frac{\alpha}{\lambda})} \tag{3}$$

führt man nun die Abkürzung

$$x = \frac{\pi d}{\lambda} sin(\alpha) \tag{4}$$

ein erhält man

$$E_\infty(\alpha) = E_0 e^{i(\omega t - kR)} \frac{\sin(x)}{x} \tag{5}$$

und somit eine Intensitätsverteilung die proportional zu $I \sim \text{sinc}^2(x)$ ist.

include/text {sinc}2.png

Abbildung 2: Intensitätsverteilung eines Einzelspalts

Man kann die Interferenzstruktur eines Beugungsobjektes bestimmen indem man diese Fouriertransformiert.

1.2.2 Fouriertransformation

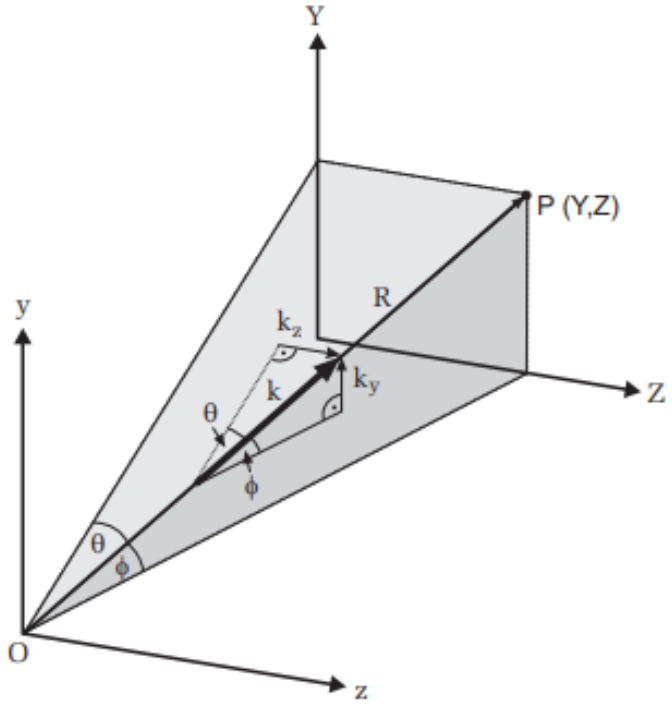
Betrachtet man eine Funktion die auf einem Intervall L periodisch ist, kann man die Fourierreihe wie folgt definieren:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\frac{2\pi n}{L}x) + b_n \sin(\frac{2\pi n}{L}x) \tag{6}$$

Die Konstante a_n und b_n lassen sich wie folgt berechnet

$$a_n = \frac{2}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} f(x) \cos(\frac{2\pi n}{L}x) \qquad (n \geq 0) \tag{7}$$

$$b_n = \frac{2}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} f(x) \sin(\frac{2\pi n}{L}x) \qquad (n \geq 1) \tag{8}$$



Skizze zu den Raumfrequenzen k_y,k_z

Ist die Funktion nicht periodisch so kann man den Grenzfall $L \to \infty$ betrachten, dadurch die kontinuierliche Fouriertransformation:

$$f = \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{ikx} dx \tag{9}$$

und dessen Inverse

$$F(k) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} \frac{dk}{2\pi} \tag{10}$$

Betrachtet man eine allgemeinen Spalt S in der y-z-Ebene so erhält man eine Amplitudenstruktur von

$$E(k_y, k_z) = \iint_S A(y,z) e^{-i(k_y y + k_z z)} dy dz \tag{11}$$

auf einem Schirm im Abstand R. k_y und k_z sind die Komponenten des Wellenvektors $\vec{k}$:

$$k_y = k\frac{Y}{R} \tag{12}$$

$$k_z = k\frac{Z}{R} \tag{13}$$

Die Öffnungsfunktion $A(Y,Z)$ berücksichtigt den allgemeinen Fall, dass der Betrag und die Phase der Welle vom Ort (y,z) abhängt. Die Herleitung wird von (11) wird hier nicht

ausgeführt, da nur das Ergebnis essentiell ist. Was daraus jedoch folgt, also dass die Fouriertransformation der beugenden Öffnung die Beugungsstruktur der Frauenhofscher Beugung entspricht, wiederum schon.

1.2.3 Fouriertransformation eines Einzelspalts

Die Spaltfunktion eines Einzelspalts lässt sich wie folgt beschreiben:

$$A(y,z) = A(y) = \begin{cases} 1 & |y| \leq |\frac{d}{2}| \\ 0 & |y| > |\frac{d}{2}| \end{cases} \tag{14}$$

Die Fouriertransformierte lässt sich dann wie folgt berechnen

$$F(k_y) = \int_{\frac{-d}{2}}^{\frac{d}{2}} e^{-ik_y y} dy = \frac{1}{ik_y}(e^{\frac{ik_y d}{2}} - e^{\frac{-ik_y d}{2}}) \tag{15}$$

$$= d\frac{\sin(k_y \frac{d}{2})}{k_y \frac{d}{2}} \tag{16}$$

$$= \mathrm{sinc}(k_y \frac{d}{2})d \tag{17}$$

In diesem Versuch betrachten wir experimentell wie sich das Objektbild verändert, wenn man ab einer bestimmten Ordnung n die Maxima abschneidet. Dazu betrachtet man das Quadrat der Rücktransformation, wobei man nun bis zu oberen Grenze $k_{y,\,n}$ integriert

$$F(y)_{mod.} = [f(y)_{mod.}]^2 = [d\int_{-k_{y,\,n}}^{k_{y,\,n}} \mathrm{sinc}(k_y \frac{d}{2}) e^{ik_y y} \frac{dy}{2\pi}]^2 = [d\int_0^{k_{y,\,n}} \mathrm{sinc}(k_y \frac{d}{2}) \cdot \cos(k_y y) \frac{dy}{\pi}]^2 \tag{18}$$

In folgender Abbildung ist das Spaltbild bei verschiedenen zugelassenen Maxima:

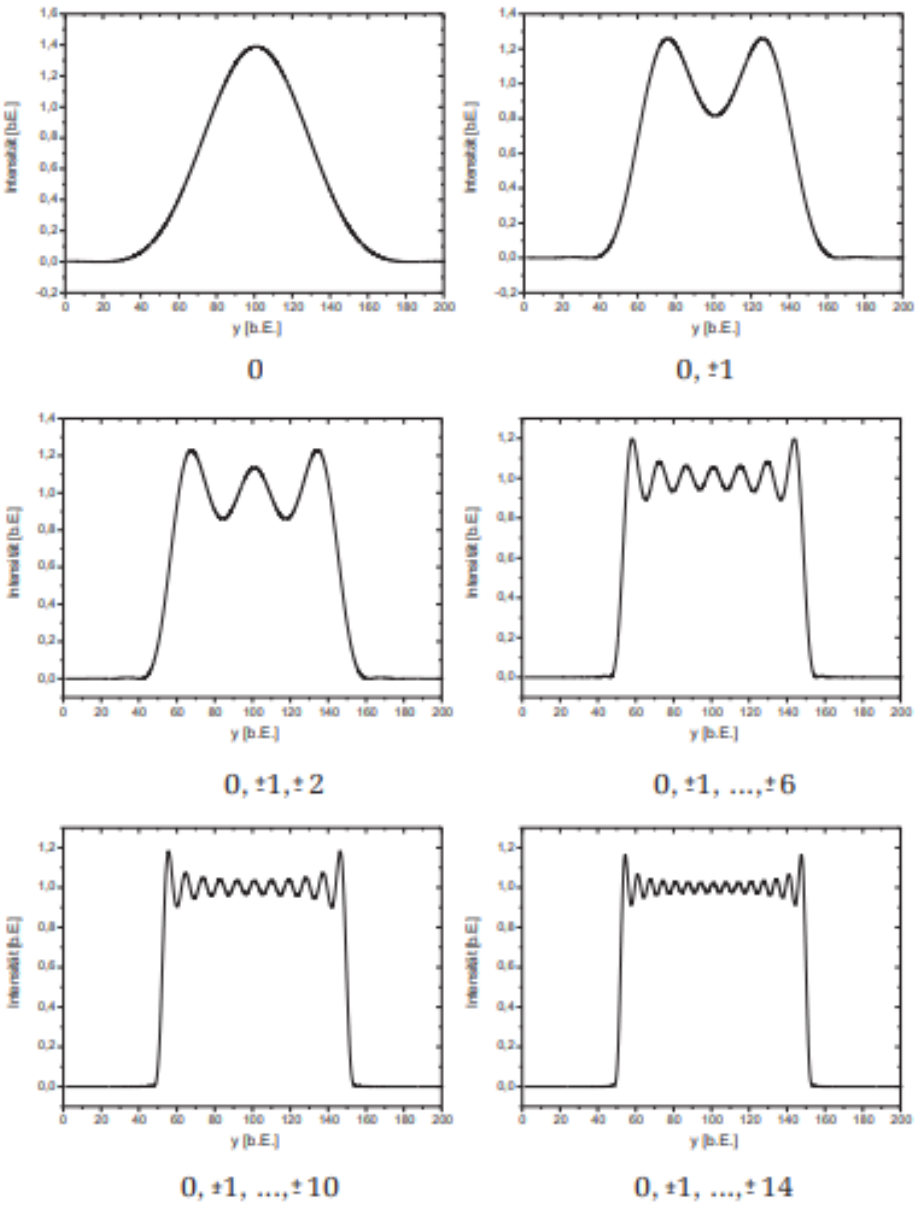


Abbildung 3: Spaltfunktion bei verschiedenen zugelassenen Maxima

1.2.4 Fouriertransformation eines Doppelspalts

Man kann nun analog das Interferenzmuster eines Doppelspalts mit Hilfe der Fouriertransformation berechnen. Die Spaltfunktion

$$A(y,z) = A(y) = \begin{cases} 1 & |\frac{g}{2} - \frac{d}{2}| \leq |y| \leq |\frac{g}{2} + \frac{d}{2}| \\ 0 & sonst. \end{cases} \tag{19}$$

beschreibt einen Doppelspalt, wobei g der Abstand der Spaltmitten der Einzelspalte der Länge d. Man berechne die Fouriertransformation von den zwei einzelnen Spalten:

$$F(k_y)_{links} = e^{ik_y\frac{g}{2}}\text{sinc}(k_y\frac{d}{2}) \qquad F(k_y)_{rechts} = e^{-ik_y\frac{g}{2}}\text{sinc}(k_y\frac{d}{2}) \tag{20}$$

durch anschließendes Addieren und quadrieren erhält man die Intensitätsverteilung:

$$I = 4\cos^2(k_y\frac{g}{2})\text{sinc}^2(k_y\frac{d}{2}) \tag{21}$$

Die Intensitätsverteilung eines Doppelspalts ist analog zum Einzelspalt wobei hier noch eine Modulation cos^2 hinzukommt.

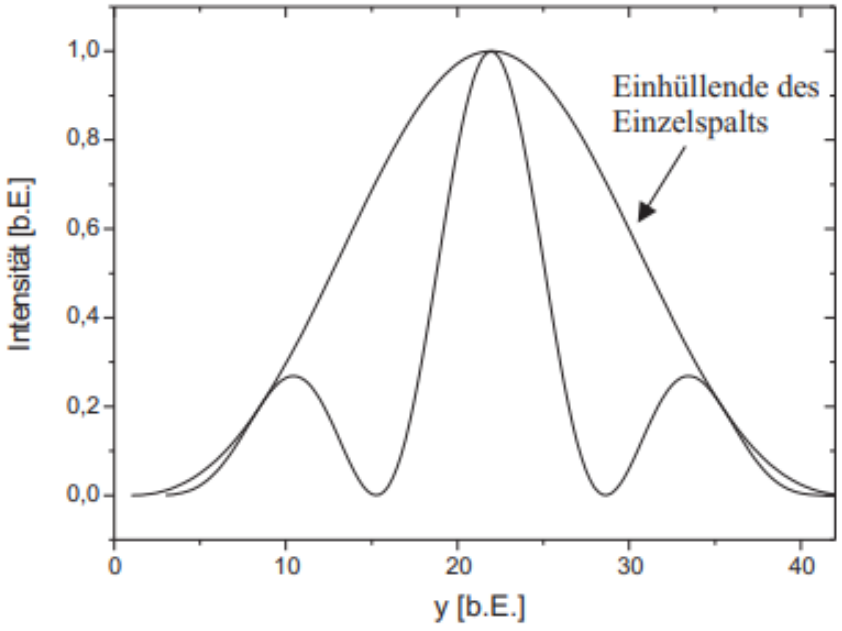


Abbildung 4:Doppelspaltinterferenz mit Einzelspaltinterferenz als Vergleich

Man kann hier analog zum Einzelspalt das Objektbild berechnen:

$$F(y)_{mod.} = [f(y)_{mod.}]^2 = \left[\frac{2d}{\pi}\int_0^{k_{y,n}} \cos\left(\frac{k_y g}{2}\right)\frac{\sin(k_y d/2)}{(k_y d/2)}\cos(k_y y)\,dk_y\right]^2 \tag{22}$$

Schneidet man das Maximum 1. Ordnung verschwindet die Doppelspaltstruktur. Das Maximum erster Ordnung liegt bei $\sin(\alpha) = \frac{\lambda}{g}$, also wählt man $k_0\sin(\alpha) = k_0\frac{\lambda}{g}$ als Int.Obergrenze und verkleinert man weiter so verschwindet der dunkel Bereich zwischen der Spalten.

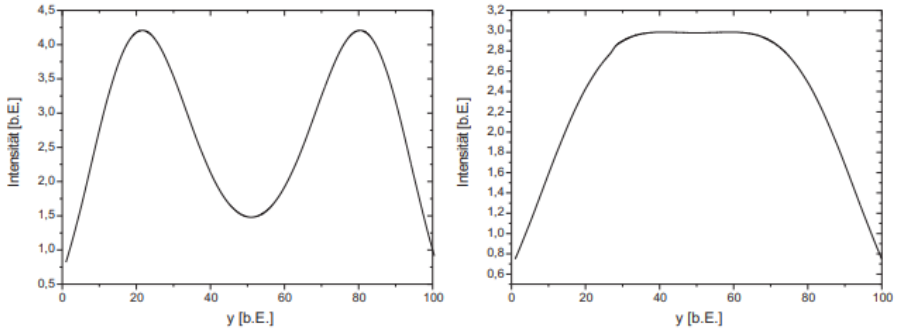


Abbildung 5: Auflösung des Doppelspalts beim abschneiden der 1.Ordnung

2. Messprotokoll

2.1 1. Messprotokoll

Messprotokoll 233 : Fourieroptik

21.02.25

Harish Mahendran
Jonas Schweer

Messgeräte:

- Diodenlaser 532nm
- Verschiedene Beugungsobjekte
- Verschiedene Sphärische Linsen
- Strahlenteiler
- Graufilter
- Spiegel
- Analysierspalt
- Modenblende
- CMOS - Kamera

Aufgabe 1:

Wir platzieren den variablen Einfachspalt als Objekt vor dem Laser. Wir justieren den Aufbau, bis beide Abbildungen scharf sichtbar sind.

Wir beobachten, was bei variieren der Einstellung des Objekts und des Analysespalts passiert

Tabelle 1: Quantitative Beobachtung

geänderte Einstellung	Auswirkung Beugungsbild	Auswirkung Objektbild
Vergrößerung der Spaltbreite	Abstand Nebenmaxima verkleinern sich	Spalt wird breiter
Spalt wird rotiert	Dreht sich	Dreht sich (entgegengesetzt)
Verkleinerung Analysespalt	Nebenmaxima werden ausgeblendet	Objektbild geht näher an Glockenform
Analysespalt mit Modenblende getauscht	0. Maximum nicht mehr sichtbar	Man sieht nur die Ränder des Spalts

Aufgabe 2:

Wir stellen den Einzelspalt so ein, dass min. 5 Nebenmax in der Kamera erkennbar sind.

Wir vermessen das Maximum erster und nullter Ordnung:

Tabelle 2: Position und Intensität Maxima

	Position [px]	Intensität [b.E.]
0. Maximum	769 ± 5	830 ± 20
1. Minimum R	874 ± 5	1 ± 3
1. Minimum L	666 ± 5	1 ± 3
1. Maximum R	918 ± 5	37 ± 5
1. Maximum L	621 ± 5	36 ± 5

Nun wollen wir die Abzisse eichen. Dazu messen wir mit dem Curser das Beugungsminimum und schließenden Analysespalt soweit, bis es abgeschnitten wird

Tabelle 3: Analysespaltbreite um Minima abzuschirmen

Ord. Minima	Position [px]	Messuhr [µm]
5.	255 ± 3	980 ± 3
4.	356 ± 3	810 ± 3
3.	459 ± 3	560 ± 3
2.	561 ± 3	390 ± 3
1.	666 ± 3	170 ± 3

Aufgabe 3.

Wir wiederholen die Messung erneut, jedoch tauschen wir diesmal den Einzelspalt mit einem Doppelspalt aus.

Tabelle 4: Position und Intensität Maxima

	Position [pxl]	Intensität [b.E.]
0. Maximum	877 ± 3	1020 ± 10
1. Minimum R	897 ± 3	30 ± 3
1. Minimum L	858 ± 3	50 ± 5
1. Maximum R	911 ± 3	520 ± 10
1. Maximum L	844 ± 3	580 ± 10

Die Eichung müssen wir nicht nochmal durchführen.

Von den anderen beiden Spalten nehmen wir Fotos auf

Aufgabe 4:

Wir setzen wieder den Einzelspalt ein. Den Schirm platzieren wir mit etwas Entfernung hinter den Umlenkspiegel. Wir bestimmen die Intensitätsverteilung des Objektbildes.

→ Einzelspalt so verschieben, dass möglichst ideale Rechteckfunktion in Kamera erkennbar ist.

→ Nacheinander 0., 1., 2., zulassen

→ Mittels Bilder Intensitätsprofil & Spaltbreite bestimmen

Tabelle 5: Zulassung verschiedener Ordnungen

Zugelassen	Ordnung	Position [pxl]	Intensität [b.E.]	Spaltbreite [µm]
Nur Hauptmax.	0. Max	742 ± 5	905 ± 10	130 ± 5
Ordnungen 0, ± 1	Max Links	641 ± 5	920 ± 10	220 ± 5
	Max rechts	863 ± 5	755 ± 10	
	Min	753 ± 20	475 ± 10	
Ordnungen 0, ± 1, ± 2	0. Max	760 ± 5	760 ± 10	315 ± 5
	1. Min Links	712 ± 5	680 ± 10	
	1. Min rechts	820 ± 5	590 ± 10	
	1. Max Links	612 ± 5	930 ± 10	
	1. Max rechts	881 ± 5	830 ± 10	
	Min Links	612 ± 5	725 ± 10	
	Min mitte	760 ± 5	555 ± 10	
	Min rechts	893 ± 5	625 ± 10	

Ordnungen				
0, ±1, ±2, ±3	2. Max links	575 ± 5	960 ± 10	490 ± 5
	1. Max links	662 ± 5	910 ± 10	
	1. Max rechts	845 ± 5	730 ± 10	
	2. Max rechts	922 ± 5	710 ± 20	

Spaltende	
	links: 532 ± 2
	rechts: 966 ± 2

Brennweite Linse: $f = 80\,mm$

Bildweite: $b = 35{,}0 \pm 1{,}0\,cm$

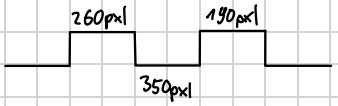
Aufgabe 5:

Wir spannen den Doppelspalt in den Strahlengang ein und stellen optimale Schärfe der Intensitätsbilder ein. Wir vermessen den Spalt bei diesen Einstellungen:

Bildweite: $(36{,}0 \pm 0{,}5)\,cm = b$

Gegenstandsweite: $(10{,}2 \pm 0{,}5)\,cm = g$

Abstand Spalte: 350pxl
Breite links: 260pxl
Breite rechts: 190pxl
Fehler: 14pxl



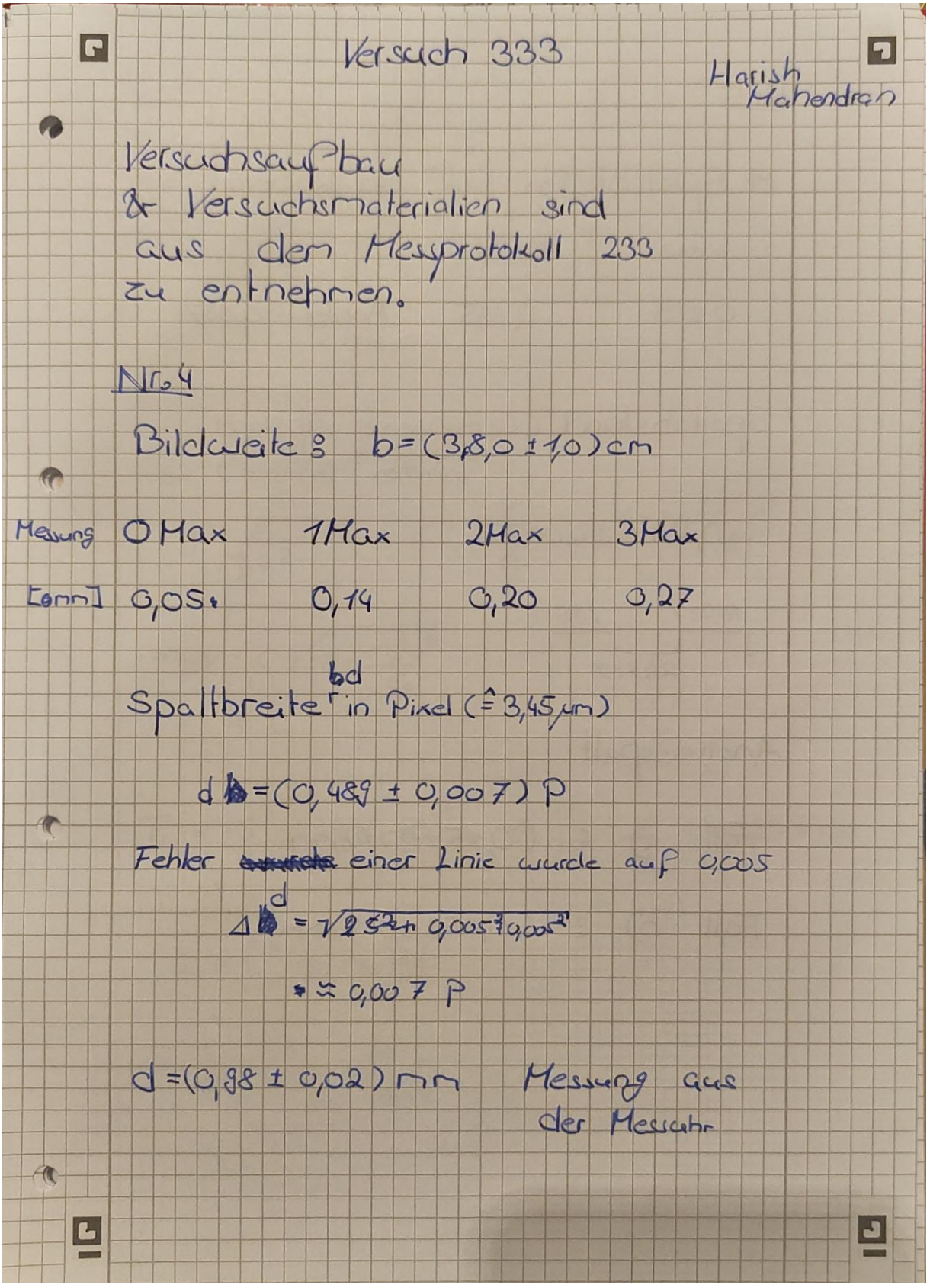
Nun schließen wir den Analysierspalt

Öffnungsweite bei: 2 gaußförmige Peaks: $(190 \pm 5)\,\mu m$

1 Hügel: $(140 \pm 5)\,\mu m$

25.02.25

2.2 2. Messprotokoll



Versuch 333

Harish Mahendran

Versuchsaufbau & Versuchsmaterialien sind aus dem Messprotokoll 233 zu entnehmen.

Nr. 4

Bildweite: $b = (3{,}80 \pm 1{,}0)$ cm

Messung	0 Max	1 Max	2 Max	3 Max
[cm]	0,05	0,14	0,20	0,27

Spaltbreite b_d in Pixel ($\hat{=}$ 3,45 µm)

$b_d = (0{,}489 \pm 0{,}007)$ P

Fehler ~~wurde~~ einer Linie wurde auf 0,005

$\Delta b_d = \sqrt{2 \cdot 0{,}005^2 + 0{,}005^2}$

$\approx 0{,}007$ P

$d = (0{,}98 \pm 0{,}02)$ mm Messung aus der Messuhr

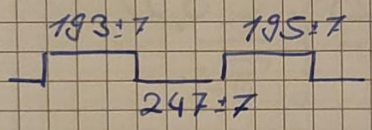
Nr. 5

Spaltbreiten auf der Kamera

links	rechts	
0,193	0,195	Fehler: 0,007

Spaltabstand (Gemessener Abstand zwischen den 2 inneren Kanten)

$(0{,}247 \pm 0{,}007)$



Analysespalt

Fall a) : $(0{,}15 \pm 0{,}01)$ mm

Fall b) : $(0{,}05 \pm 0{,}01)$ mm

3. Auswertung

3.1 Beugungsstruktur des Einzelspalts

3.1.1 Eichung der Abzisse

Um die Pixel in Längen umzurechnen, muss zunächst eine Eichung vorgenommen werden. Dazu wurde die Position der Minima als Funktion der Spaltbreite gemessen. Die Werte sind in der folgenden Abbildung geplottet.

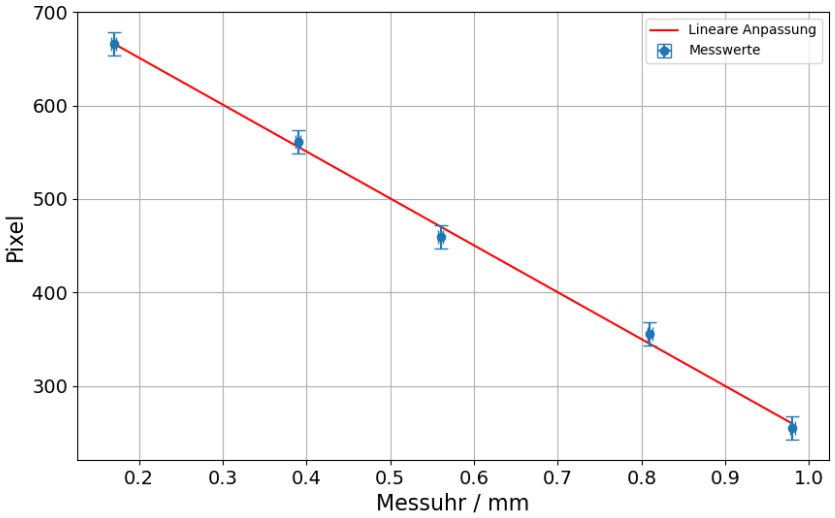


Abbildung 3.1: Eichung der Abzisse

Aus dem Diagramm erhält man folgende Steigung

$$|m| = (502 \pm 19)\frac{px}{mm}$$

Daraus kann man eine Pixelbreite von

$$1\ px = (1,99 \pm 0,08)\ \mu m$$

3.1.2 Bestimmung der Spaltbreite

Die Spaltbreite d kann aus den Positionen der Beugungserscheinungen (Minima und Maxima) bestimmt werden. Hierbei gilt zunächst folgende Bedingung für Minima am Einzelspalt:

$$d \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \lambda \tag{3.1}$$

Zudem

$$\tan(\alpha) = \frac{x}{f} \tag{3.2}$$

wobei x der Abstand zwischen Hauptmaximum und der Beugungserscheinung ist und f der Abstand zwischen dem Spalt und der Interferenzebene darstellt, welche hier der Brennweite der Linse entspricht. Mit der Kleinwinkelnäherungen gilt näherungsweise $\sin(\alpha) \approx \tan(\alpha)$, womit folgt:

$$d = \frac{n \cdot \lambda \cdot f}{x} = \frac{n \cdot \lambda \cdot f \cdot px}{x \cdot px} = \frac{\lambda \cdot f \cdot |m|}{u} \tag{3.3}$$

Die Fehlerformel für d erhält man aus der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta d = d\sqrt{(\frac{\Delta m}{m}^2) + \frac{\Delta u}{u}^2)} \tag{3.4}$$

wobei $u := \frac{px}{n}$. Hierbei entspricht u also der Steigung der Geraden der Anzahl der Pixel zum Hauptmaximum in Abhängigkeit von der Ordnungszahl der zugehörigen Minima. Aus den Messdaten erhält man folgendes Diagramm:

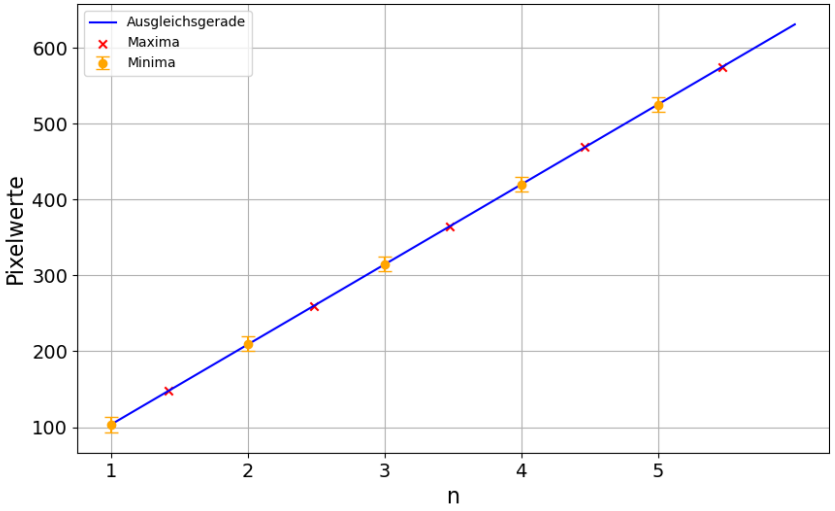


Abbildung 3.2: Maxima und Minima des Einzelspalts in Abhängigkeit der Ordnung

Die Steigung u der Ausgleichsgeraden ergibt

$$u = (105 \pm 10)\ px$$

Mit $\lambda = 532\ nm$ und $f = 80\ mm$ ergibt sich mit Gleichung (3.3) damit eine Spaltbreite

von:

$$d = (203 \pm 19)\ \mu m$$

In Abbildung 3.2 wurden ebenfalls die Lage der Maxima eingetragen. Diese wurden mithilfe der Gleichung des linearen Fits berechnet. Die theoretischen Werte hierfür ergeben sich aus den Maxima der $\text{sinc}^2(x)$ Funktion, welche berechnet werden können. Der Fehler der experimentellen Werten n_{exp} wurde hier aus dem Diagramm 3.2 auf $0,09$ abgeschätzt. Man erhält:

Ordnung	n_{exp}	n_{theo}	$\sigma -$ Abweichung
1	$1,42 \pm 0,09$	1,43	0,11
2	$2,48 \pm 0,09$	2,46	0,22
3	$3,48 \pm 0,09$	3,47	0,11
4	$4,47 \pm 0,09$	4,48	0,11
5	$5,47 \pm 0,09$	5,48	0,11

Tabelle 3.1: Ordnungen der Maxima

Es ergeben sich dabei keine signifikanten Abweichungen zu den theoretisch erwarteten Werte. Anders als gedacht, befinden sich die Maxima nicht genau zwischen den entsprechenden Werten der Minima.

3.1.3 Intensitätsverhältnisse der Maxima

Nun wollen wir die Intensitätsverhältnisse von Hauptmaximum zu den Nebenmaxima aus der Messung bestimmen. Da wir keine Messung haben, in der das Hauptmaximum und die Nebenmaxima ungesättigt zu sehen sind, müssen wir aus den Daten einer Messung das Verhältnis zwischen Hauptmaxima und Nebenmaxima erster Ordnung bestimmen, und aus einer zweiten Rechnung die Verhältnisse zwischen Nebenmaxima erster Ordnung . Durch das Produkt den zwei Verhältnissen erhält man das Verhältnis zum Hauptmaximum. Die theoretischen Verhältnisse lassen sich aus der $\frac{\sin^2(x)}{x^2}$ - Funktion bestimmen. Für die berechenbaren Verhältnisse gilt:

$$\gamma_{0,1} = \frac{I_1}{I_0} \tag{3.5}$$

$$\gamma_{1,n} = \frac{I_n}{I_1} \tag{3.6}$$

$$\gamma_n = \frac{I_n}{I_0} = \frac{I_n}{I_1}\frac{I_1}{I_0} \tag{3.7}$$

$$= \gamma_{1,n} \cdot \gamma_{0,1} \tag{3.8}$$

Die Fehlerformeln lauten

$$\Delta\gamma_{0,1} = \gamma_{0,1}\sqrt{(\frac{\Delta I_0}{I_0})^2 + (\frac{\Delta I_1}{I_1})^2} \tag{3.9}$$

$$\Delta\gamma_{1,n} = \gamma_{1,n}\sqrt{(\frac{\Delta I_1}{I_1})^2 + (\frac{\Delta I_n}{I_n})^2} \tag{3.10}$$

$$\Rightarrow \Delta\gamma_n = \gamma_n\sqrt{(\frac{\Delta\gamma_{0,1}}{\gamma_{0,1}})^2 + (\frac{\Delta\gamma_{1,n}}{\gamma_{1,n}})^2} \tag{3.11}$$

Die theoretischen Werte der Intensitätsverteilung ergeben sich aus der $\text{sinc}^2(x)$ Funktion. Für das Maximum n-Ordnung gilt:

Damit erhalten wir folgende Werte:

Ordnung	γ_n	$\gamma_{n,\text{theo}}$	σ – Abweichung
1	$0,0489 \pm 0,004$	0,0472	0,25
2	$0,0159 \pm 0,0013$	0,0165	0,46
3	$0,0083 \pm 0,0007$	0,0083	0
4	$0,0053 \pm 0,0005$	0,0050	0,6
5	$0,0037 \pm 0,0003$	0,0034	1,0

Tabelle 3.2: Intensitätsverhältnisse der Nebenmaxima zum Hauptmaximum

Es kann eine Funktion an die gemessenen Daten gefittet werden. Man erhält dabei:

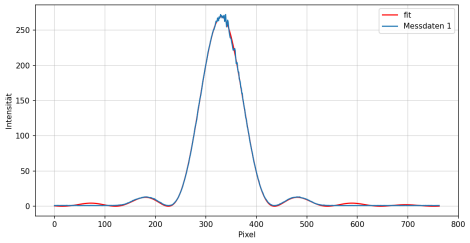


Abbildung 3.3: Messdaten mit Fit

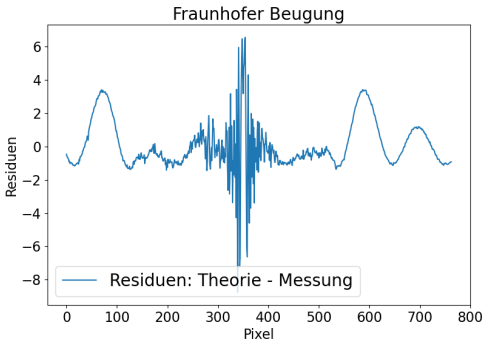


Abbildung 3.4: Residuen

Wir sehen also, dass der Fit bei Hauptmaxima und Nebenmaxima der Ordnung 1 sehr gut übereinstimmen. In diesem Bereich ist das Verhältnis zwischen der Abweichung und der gemessen Intensität relativ gering . Die Oszillationen links und rechts kommen daher, dass unsere Messung die Nebenmaxima Ordnung > 2 nicht aufgenommen hat, der theoretische

Fit logischerweise schon.
Bei dem Fit an die Daten mit dem übersteuerten Hauptmaximum ergaben folgende Plots:

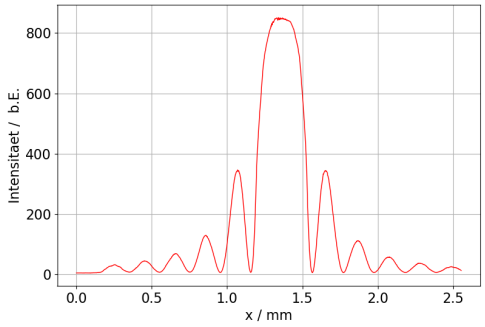


Abbildung 3.5: Nebenmaxima-Messung

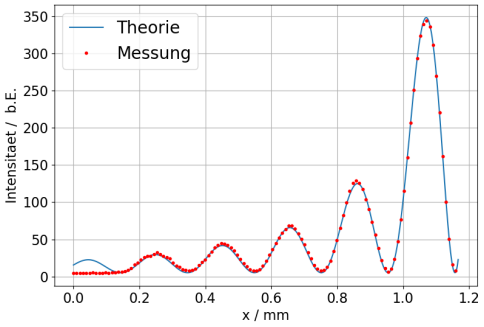


Abbildung 3.6: Nebenmaxima-Messung mit Fit

3.2 Beugungsstruktur des Doppelspaltes

In einem ersten Schritt soll ein Bild der theoretisch zu erwartenden Beugungsstruktur des untersuchten Doppelspaltes geplottet werden. Es sollen dabei der Spaltabstand und die Spaltbreite aus Aufgabe 5 verwendet werden.Da dieser Aufgabenteil an einem anderen Versuchsaufbau durchgeführt wurde, wird hier der Wert aus dem 1. Messprotokoll verwendet. Damit die Werte nicht durch einen Messaufbau verfälscht werden. Die Breite des Spaltes entspricht dem Mittel der Einzelspaltbreiten. Man erhält dabei:

$$d_1 = (260 \pm 7)\ px \qquad d_2 = (190 \pm 7)\ px$$

und damit ein Mittelwert von

$$d = (225 \pm 9)\ px$$

Für den Spaltabstand g ergibt sich:

$$g = (575 \pm 12)\ px$$

Das Verhältnis v aus Spaltabstand und Spaltbreite ist damit:

$$v = (2,56 \pm 0,13)$$

Die Abweichung zum theoretischen Wert von $v_{theo} = 2,5$ beträgt $0,46\sigma$ und ist damit nicht signifikant. Die theoretische und gemessene Verteilungen des Doppelspaltes sind in folgenden Diagrammen abgebildet:

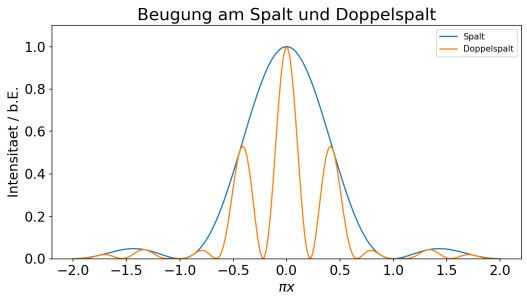


Abbildung 3.7: Theoretischer Doppelspalt

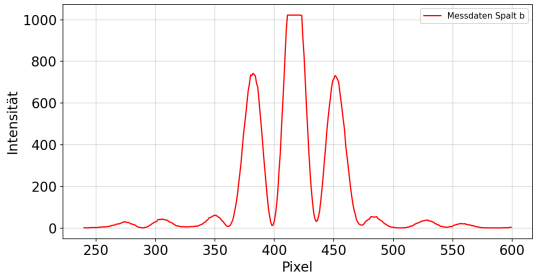


Abbildung 3.8: Gemessener Doppelspalt

Da das Maximum 0. Ordnung in Sättigung ist, würde das direkte Verhältnis der Intensitäten ein falsches Ergebnis liefern. Weswegen wir hier analog zu der davorigen Aufgabe vorgehen. Das Maxima nullter und erster Ordnung ist in der Tabelle 4 im 1. Messprotokoll festgehalten.
Für die Verhältnisse erhalten wir:

$$\gamma_{0,1\,l} = (0,569 \pm 0,011)$$
$$\gamma_{0,1\,r} = (0,510 \pm 0,011)$$

Die theoretischen Werte für die Verhältnisse sind wie folgt gegeben

$$\gamma_{1,\text{theo}} = 0,54$$
$$\gamma_{2,\text{theo}} = 0,04$$

Aus dem Plot erhalten wir folgende Verhältnisse

Seite	Verhältnis	Wert	σ-Abweichung
links	γ_1	$0,569 \pm 0,014$	2,07
	γ_2	$0,047 \pm 0,007$	1,0
rechts	γ_1	$0,511 \pm 0,014$	2,07
	γ_2	$0,038 \pm 0,007$	0,29

Tabelle 3.3: Verhältnisse der Intensitäten

Es kann bestätigt werden, dass die gemessene Intensitätsverteilung sehr gut mit dem theoretischen Werten übereinstimmt. In Abbildung 3.7 ist gut erkennbar, welche Minima durch den Doppelspalt und welche durch die beiden Einzelspalte verursacht werden. Insbesondere das Maximum 3 Ordnung des Doppelspaltes verschwindet aufgrund des Minimums erster Ordnung des Einzelspaltes. Dies lässt sich ebenfalls in dem gemessenen Intensitätsverlauf wiedererkennen 3.8.

3.3 Objektbilder des Einzelspalts

Im Gegensatz zu den vorherigen Aufgaben verändern wir nun das Beugungsbild durch Abdeckung von Intensitätsmaxima und betrachten das entstehende Objektbild. Zunächst sollen die theoretischen Objektbilder für $n = 0, 1, 2, 3$ und 45 geplottet werden.

Mit zunehmender zugelassener Ordnung nähert sich das Objektbild dem Einzelspalt. Die theoretischen Spaltbilder können nun mit den gemessenen Objektbildern verglichen werden. Da die aufgenommenen Bilder mit störenden Strukturen überlagert sind, wurde ein FFT-Filter verwendet, um dieses zu verbessern.

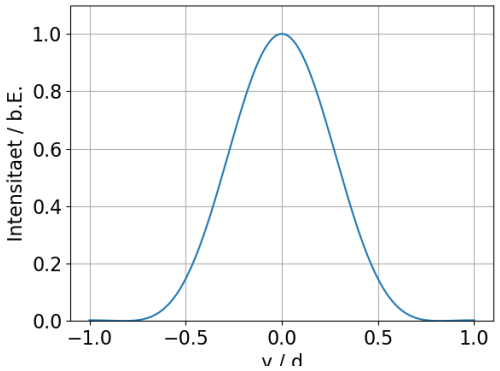


Abbildung 3.9: Maxima bis einschl. 0. Ordnung

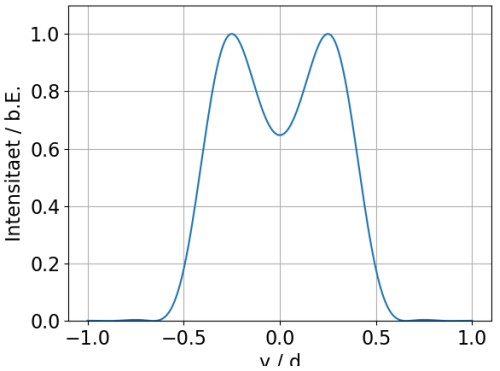


Abbildung 3.10: Maxima bis einschl. 1. Ordnung

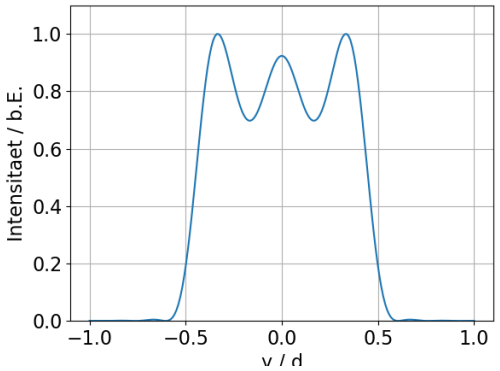


Abbildung 3.11: Maxima bis einschl. 2. Ordnung

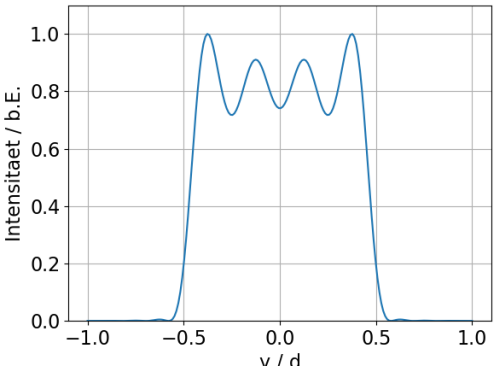


Abbildung 3.12: Maxima bis einschl. 3. Ordnung

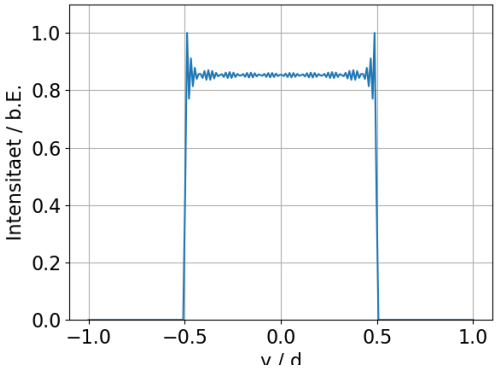


Abbildung 3.13: Maxima bis einschl. 45. Ordnung

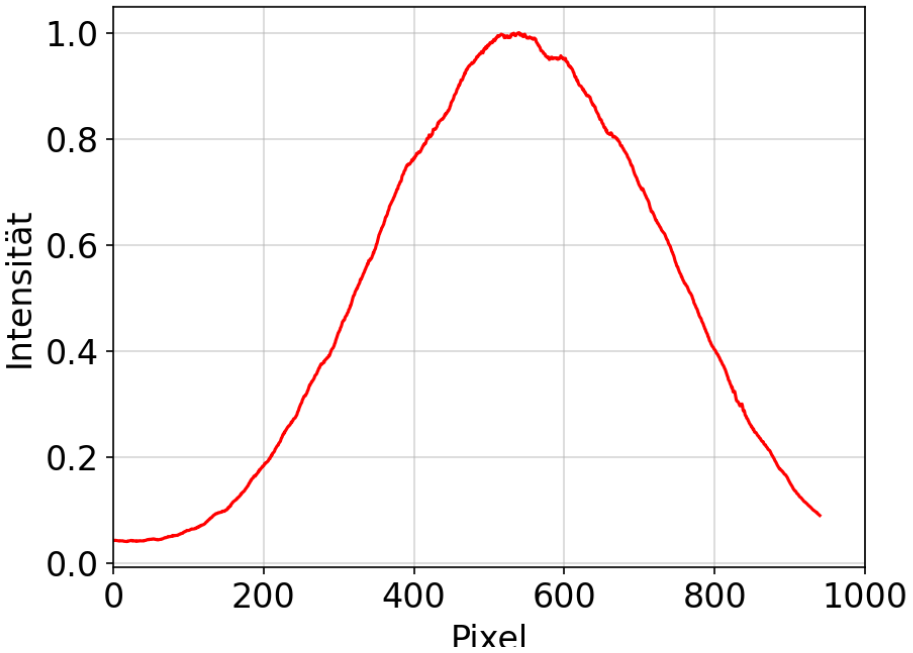


Abbildung 3.14: gemessen: Maximum 0. Ordnung

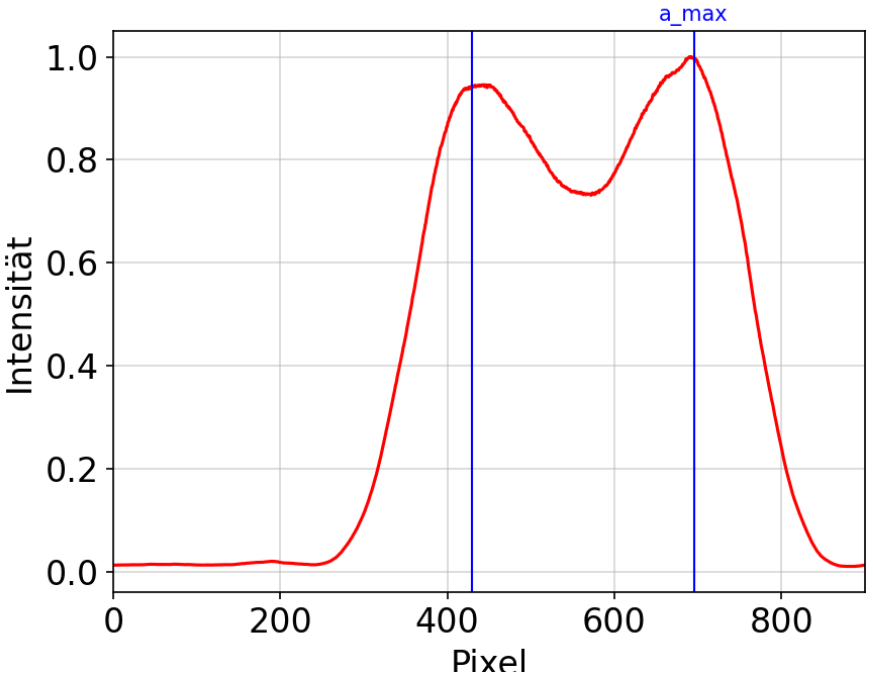


Abbildung 3.15: gemessen: Maximum 1. Ordnung

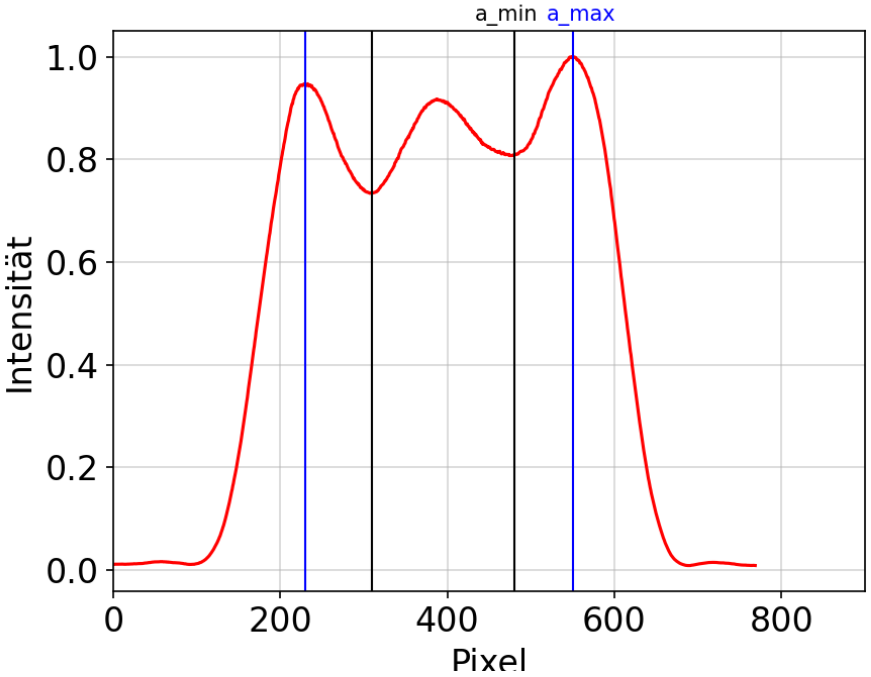


Abbildung 3.16: gemessen: Maximum 2. Ordnung

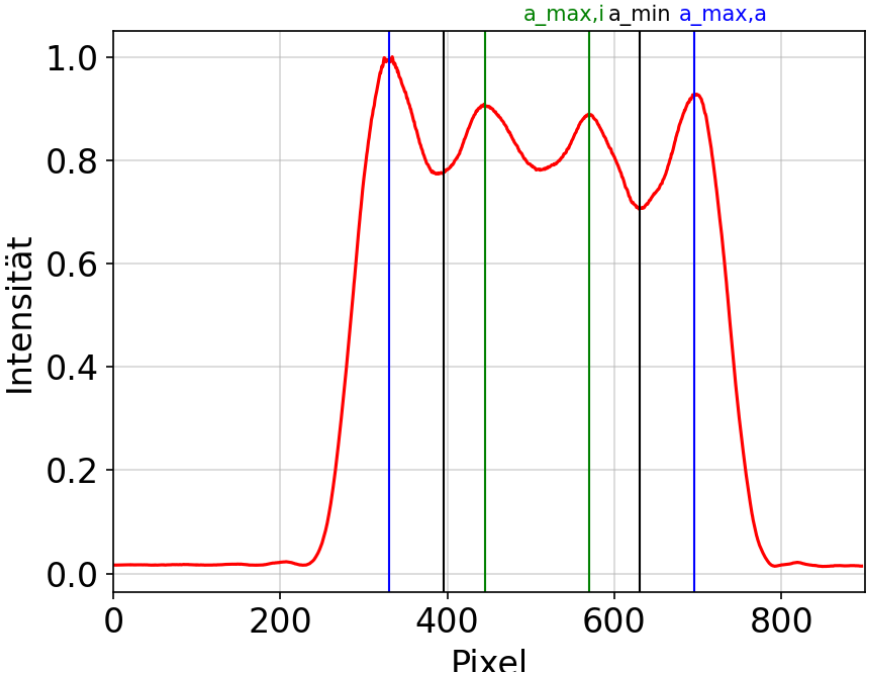


Abbildung 3.17: gemessen: Maximum 3. Ordnung

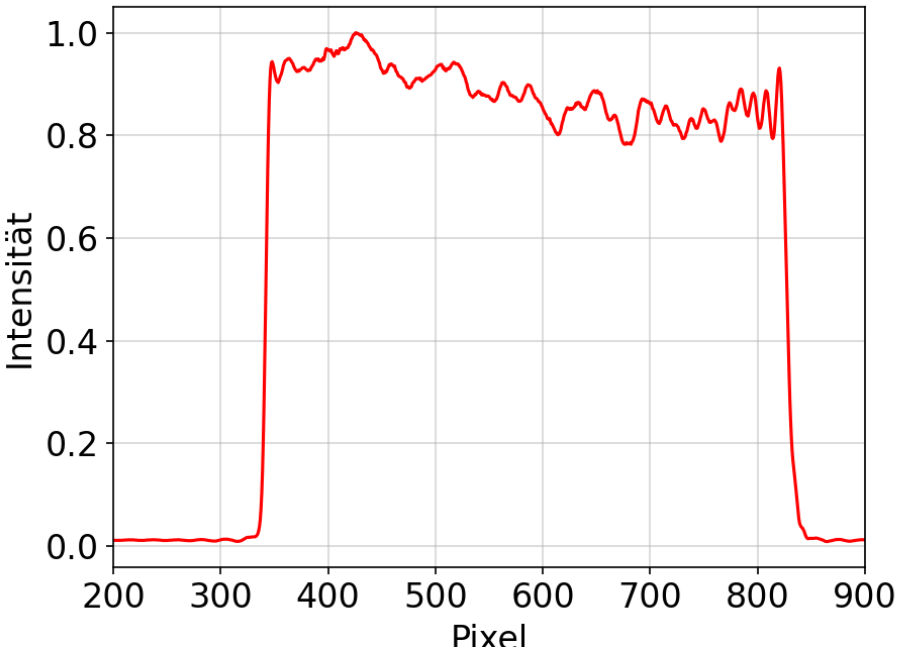


Abbildung 3.18: gemessen: offener Spalt

Wir wollen nun für die Messungen mit $0, 1, 2$ und 3 Maxima die Lage und Intensitätsverhältnisse der Extrema vergleichen.
Um die Lage der Extrema zu vergleichen bestimmen wir aus den Plots jeweils den Abstand zwischen Extrema in px. Anschließend dividieren wir die Abstände mit der Spaltbreite $d = (489 \pm 7)px$, sodass wir diese mit dem theoretischen Werten vergleichen können. Die theoretischen Abstände sind wie folgt gegeben:
$n = 1$:

$$a_{max} = 0,49\frac{1}{d}$$

$n = 2$:

$$a_{max} = 0,67\frac{1}{d}$$
$$a_{min} = 0,34\frac{1}{d}$$

$n = 3$:

$$a_{max,\text{außen}} = 0,74\frac{1}{d}$$
$$a_{min} = 0,49\frac{1}{d}$$
$$a_{max,\text{innen}} = 0,25\frac{1}{d}$$

In der folgenden Tabelle sind die gemessenen Abstände und die dazugehörigen σ-Abweichungen eingetragen

zugelassene Ordnung	Abstand	Wert $[\frac{1}{d}]$	Abweichung
1	a_{max}	$(0,542 \pm 0,016)$	3,26
2	a_{max}	$(0,654 \pm 0,017)$	0,91
	a_{min}	$(0,347 \pm 0,015)$	0,50
3	$a_{max,\text{außen}}$	$(0,746 \pm 0,018)$	0,36
	a_{min}	$(0,481 \pm 0,016)$	0,59
	$a_{max,\text{innen}}$	$(0,256 \pm 0,015)$	0,38

Tabelle 3.4: Abstand der Extrema

Für die Intensität der Extrema wurde hier der Durchschnitt von links und rechts verwendet. Die theoretischen Intensitäten sind wie folgt gegeben:
$n = 1$:

$$I_{max} = 1,0\frac{1}{I_0}$$

$n = 2$:

$$I_{max} = 1,0\frac{1}{I_0}$$
$$I_{min} = 0,65\frac{1}{I_0}$$

$n = 3$:

$$I_{max,\text{außen}} = 1,0\frac{1}{I_0}$$
$$I_{min} = 0,725\frac{1}{I_0}$$
$$I_{max,\text{innen}} = 0,91\frac{1}{I_0}$$

Hierbei werden die Intensitäten auf das Maximum des zur 0. Beugungsordnung gehörenden Spaltbildes I_0 genormt. Für die gemessenen Intensität erhalten wir folgende Werte

zugelassene Ordnung	Intensität	Wert $[\frac{1}{I_0}]$	Abweichung
1	I_{max}	$(0,96 \pm 0,06)$	0,53
2	I_{max}	$(1,00 \pm 0,07)$	0,05
	I_{min}	$(0,78 \pm 0,06)$	1,58
3	$I_{max,\text{außen}}$	$(0,96 \pm 0,06)$	0,49
	I_{min}	$(0,74 \pm 0,05)$	0,05
	$I_{max,\text{innen}}$	$(0,90 \pm 0,06)$	0,17

Tabelle 3.5: Intensitäten der Extrema

Hier wurden die Intensitäten auch auf das Maximum des zur 0. Beugungsordnung gehörenden Spaltbildes I_0 genormt.

Betrachtet man die Intensität bei verschiedenen Positionen des Analysierspaltes stellt man fest, dass die Intensität bei einem fast geschlossenen Spalt,also wenn nur 0. Maximum zugelassen wird, am höchsten ist. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Fourierreihe in der 1. Ordnung von einem Rechteck wie folgt aussieht

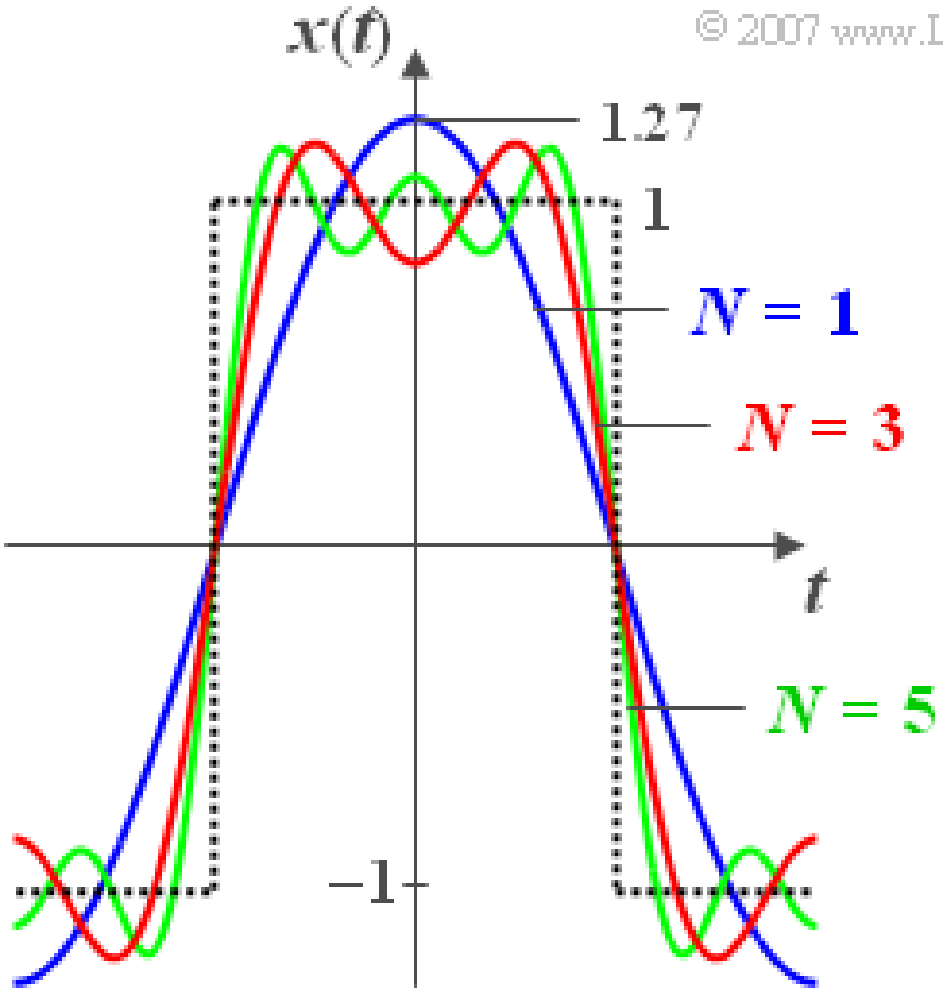


Abbildung 3.19: Fourierreihe verschiedener Ordnungen eines Rechtecksignals (Quelle: LNTwwww)

Die blaue Kurve überragt das Original Signal um $0,27$. Die höheren Ordnungen nähern sich einen an das Original Signal an. Das Maximum wird durch die höheren Ordnungen abgeflacht, was das Objektbild mit nur einem zugelassenen Maximum am hellsten macht.

3.4 Objektbilder des Doppelspalts

Nun wollen wir das Bild des Doppelspalts einmal bei zulassen einer Beugungsordnung und einmal im Plateau-Fall mit der Theorie Vergleichen. Dafür plotten wir einmal das theoretische Bild. Für den Plateaufall variieren wir das n so lange im Intervall $1 > n > 0$, bis es am ehesten mit unserer Messung übereinstimmt.

Die gemessen Plots sehen dann wie folgt aus

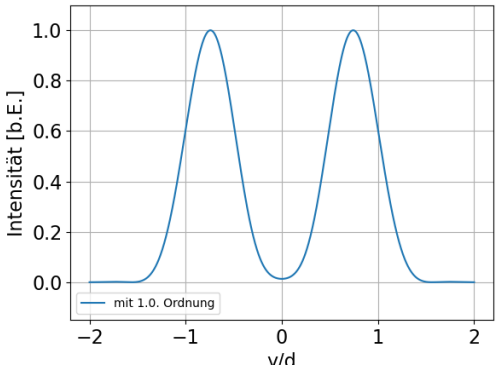


Abbildung 3.20: Objektbild bei $n = 1$

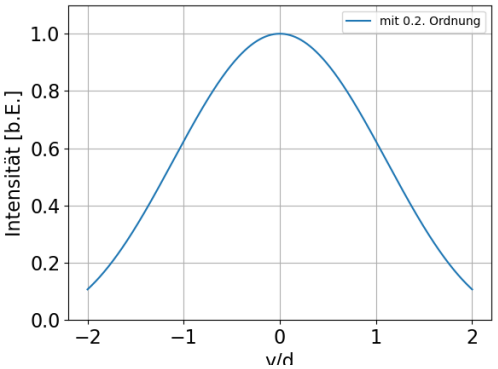


Abbildung 3.21: Objektbild bei $n = 0,2$

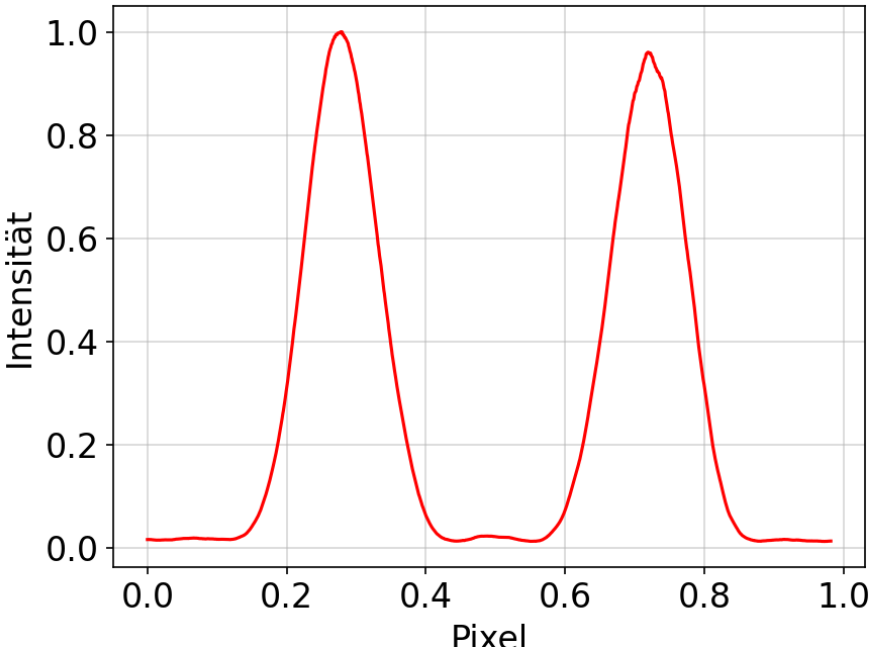


Abbildung 3.22: Aufgelöstes Maximum

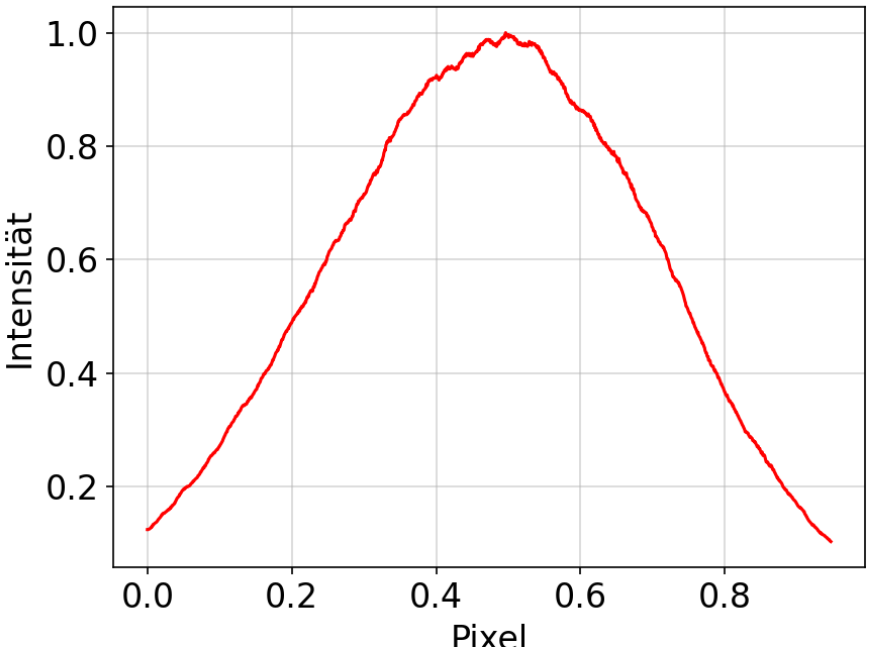


Abbildung 3.23: Verschmolzene Maxima

Mit der folgender Formel

$$k_{y,n} = \frac{2\pi n}{d} \tag{3.12}$$

$$\Delta k_{y,n} = \frac{2\pi n \cdot \Delta d}{d^2} \tag{3.13}$$

kann man $k_{y,n}$ berechnen. Hier sollte der Wert aus Aufgabe 3 "Beugungsstruktur des Doppelspalts"übernommen werden, da dieser Teil bei einem anderen Versuchsaufbau durchgeführt wurde werden folgende Werte aus dem 2. Messprotokoll verwendet .

$$d_1 = (193 \pm 7)\ px \qquad\qquad d_2 = (195 \pm 7)\ px$$

damit ein Mittelwert von

$$d = (194 \pm 9)\ px \mathrel{\hat{=}} (0,67 \pm 0,03)\ mm$$

und einen Spaltabstand g von

$$g = (441 \pm 12)\ px \mathrel{\hat{=}} (1,42 \pm 0,04)\ mm$$

daraus folgt

$$v = (2,27 \pm 0,13)$$

Man kann $k_{y,n}$ auch mit den Werten aus dem Messprotokoll mit folgender Formel berechnen

$$k_{y,n,exp} = \frac{\pi d_{\text{Analyse}}}{\lambda \cdot f} \tag{3.14}$$

$$\Delta k_{y,n,exp} = \frac{\pi}{\lambda \cdot f} \cdot \Delta d_{\text{Analyse}} \tag{3.15}$$

Die Werte sind in der folgenden Tabelle aufgetragen

n	1	0,2
$k_{y,n}[\frac{1}{mm}]$	$23,47 \pm 0,4$	$4,69 \pm 0,3$
$k_{y,n,exp}[\frac{1}{mm}]$	$22,14 \pm 0,13$	$4,38 \pm 0,14$
Abweichung	3,16	0,94

Tabelle 3.6: $k_{y,n}$ bei verschiedenen n

4. Zusamenfassung und Diskussion

4.1 Zusammenfassung

In diesem Versuch wurde die Theorie der Fourieroptik anhand des Einzel- und Doppelspalts qualitativ als auch quantitativ näher untersucht. Mithilfe eines verwendeten Strahlteilers und einer Linse konnten gleichzeitig das Objektbild als auch das Beugungsbild beobachtet werden. Im qualitativen Vorversuch des Einzelspalts wurden die Auswirkungen der verschiedenen Parameter auf das Beugungs- und Objektbild festgehalten. Hierbei war insbesondere der Einfluss der Spaltbreite als auch die Breite des Analysespalts auf das Beugungsbild von Interesse. Nachdem die Abszisse des Kamerabildes geeicht wurde, konnte die Spaltbreite d aus den Positionen der Beugungserscheinungen bestimmt werden. Aus den theoretischen Überlegungen der Bedingungen für Minima am Einzelspalt ergab sich eine experimentell gefundene Spaltbreite von $d = (203 \pm 19)\mu m$. Es konnte ebenfalls bestätigt werden, dass die Maxima der sinc2(x) Funktion die gemessene Lage der Maxima gut beschreibt. Hierbei lagen alle Abweichungen unter $0,5\sigma$. Ebenfalls konnte gezeigt werden, dass die gemessenen Intensitätsverhältnisse der Nebenmaxima zum Hauptmaximum gut mit der theoretischen Erwartung der$sinc^2(x)$ Funktion übereinstimmen. Auch hier liegen keine signifikanten Abweichungen vor. Der Fit zu den Messdaten 3.11 stimmen bis zum 1. Maximum überein. Da hier in der Messung keine Maxima höheren Ordnung aufgenommen wurde, unterscheidet sich hier der Fit von den Messdaten. Dies sieht man auch an den Oszillationen in 3.10 an den Seiten. Beim Fit der Funktion an die Messdaten mit übersteuertem Hauptmaximum 3.6 konnte ein zufriedenstellendes Ergebnis erzielt werden. Auch hier wurden Maxima höheren Ordnung nicht aufgenommen.
Bei dem Vergleich der theoretischen Beugungsstruktur mit dem experimentellen Intensitätsverlauf des Doppelspalts zeigte sich, dass diese sehr gut miteinander übereinstimmen. Der Einfluss der beiden Einzelspalte auf das resultierende Beugungsbild konnte durch das verschwindende Maximum 3. Ordnung beobachtet werden. Das Verhältnis der Intensitäten der Maxima 1. und 2. Ordnung entsprachen der theoretischen Vorhersage, wobei diese innerhalb des3σ-Bereichs lagen.
Die Untersuchung des Einflusses der Maxima verschiedener Ordnungen auf das Objektbild des Einzelspalts stimmte mit den theoretisch erwarteten Verläufen in der Anzahl und Art der Extremstellen überein.
Im letzten Teil des Versuchs bei der Untersuchung der Objektbilder des Doppelspalts ergab sich für den Fall a) des aufgelösten Maximums eine Abweichung von $3,16$. Im Fall b) weichte der experimentelle Wellenvektor vom theoretischen Wert lediglich um $0,94\sigma$ ab und ist damit nicht signifikant. Für den theoretischen Verlauf konnte der Wert $n = 0,2$ermittelt werden, bei welchem die beiden Maxima gerade verschmelzen.

4.2 Kritik

Obwohl bei der Berechnung der Intensitätsverhältnis man den Umweg nehmen musste liegen die Werte unterhalb 1σ. Man kann trotzdem mögliche Fehlerquellen ausmachen. Eine mögliche Fehlerquelle lag dabei in der nicht gleichmäßigen Ausleuchtung des Einzelspalts, welche die Intensität der Maxima beeinflusst. Allgemein wurde während des Versuchs beobachtet, dass das Licht der Umgebung ,insbesondere des Bildschirms und der verwendeten Lampe ,einen erheblichen Einfluss auf die Ergebnisse des Versuchs hatte. Optimalerweise würde sich aber der gesamte Aufbau in einem geschlossenen dunklen Kasten befinden. Es konnten ebenfalls Staubpartikel auf der verwendeten Kamera festgestellt werden, welche natürlich die Intensitätsverteilungen der Maxima ebenfalls beeinflussen.

Auch die Intensitätsverhältnisse beim Doppelspalt liegen im 3σ-Bereich. Man kann aber auch hier mögliche Fehlerquellen diskutieren. Ein möglicher Fehler wäre beispielsweise eine nicht symmetrische Ausleuchtung des Spalts. Da allerdings sowohl im Plot als auch in der Tabelle im Messprotokoll die linke und rechte Seite sehr symmetrisch wirkt, konnten wir diesen Fehler minimieren.
Bei der Abstandmessung der Extrema beim Objektbild des Einzelspalts gibt es eine σ-Abweichung von über 3 bei $n = 1$. Auch hier kann der Grund eine assymmetrische Beleuchtung des Spalts sein. Weitere Gründe können sein, dass hier nicht ganz $n = 1$ getroffen wurde und man den Spalt ein Stück zu weit geöffnet hat, weswegen die Extrema auseinandergehen. Diese Fehlerquellen treffen auch bei der Messung des Objektbildes des Doppelspalts zu. Bei Fall b) wurde das theoretische Bild per Augenmaß durch Variation des n-Werts erstellt. Hier wäre ein Bestimmung durch einen Fit an den Messwerten genauer. Da man hier keine signifikante Abweichung hat, ist die verwendete Methode auch gerechtfertigt. Bei Fall a) hat man jedoch eine σ-Abweichung vom $3,16$. Es kann hier auch sein, dass hier der Fehler Spaltbreite d unterschätzt wurde oder der Analysierspalt falsch abgelesen wurde.

5. Python-Skript

Untitled

May 24, 2025

1 Versuch 233 Fourieroptik

[92]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

def linear(x, a, b):
    return a * x + b
def sinc2(x, a, b, c):
    z = c * (x - b)
    sinc_term = np.where(z == 0, 1.0, np.sin(z) / z)
    return a * sinc_term**2
def fitFunc(x, a, scale, off, ug):
    return a*(np.sin(scale*(x-off))/(scale*(x-off)))**2 +ug
```

1.0.1 Aufgabe 2 Einzelspalt

[93]:
```
p = np.array([255,356,459,561,666])
p_fehler = np.array([5,5,5,5,5])*2.5

d = np.array([980,810,560,390,170])*1e-3
d_fehler = np.array([0.003, 0.003, 0.003, 0.003, 0.003])

popt1, pcov1 = curve_fit(linear, d, p, sigma=p_fehler,absolute_sigma=True)
a_fit, b_fit = popt1

errors = np.sqrt(np.diag(pcov1))
a_error, b_error = errors

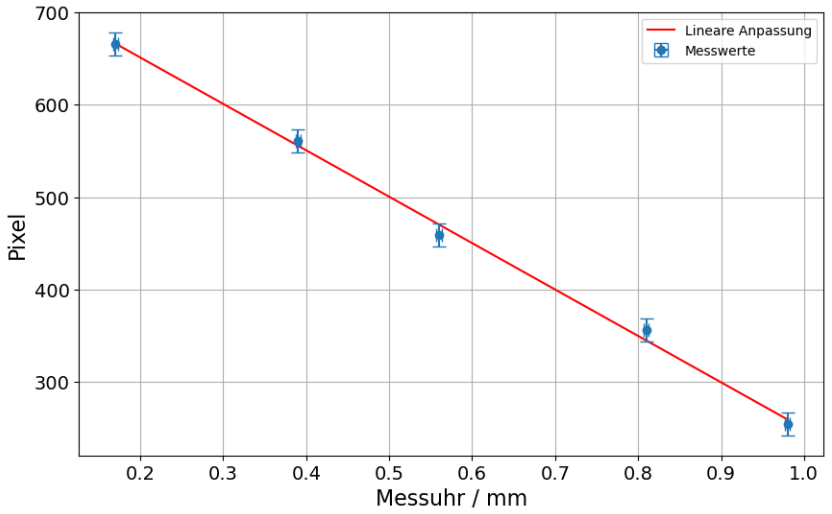
x_fit = np.linspace(min(d), max(d), 100)
y_fit = linear(x_fit, a_fit, b_fit)

plt.figure(figsize=(10,6), dpi=100)
plt.plot(x_fit, y_fit, color='red', label="Lineare Anpassung")
plt.errorbar(d, p, xerr=d_fehler, yerr=p_fehler, fmt='o',␣
 ↪capsize=5,label="Messwerte")
```

1

```
plt.xlabel("Messuhr / mm", fontsize=16)
plt.ylabel("Pixel", fontsize=16)
plt.tick_params(axis='both', which='major', labelsize=14)

plt.legend()
plt.grid()
plt.savefig("Plot1.png")
plt.show()
```



[94]:
```
data1_pxl, data1_inten = np.loadtxt("Messung_n5Min.txt", unpack=True)

plt.figure(dpi=150, figsize=(10, 5))
plt.plot(data1_pxl, data1_inten, '.', label='Messung n=5min')

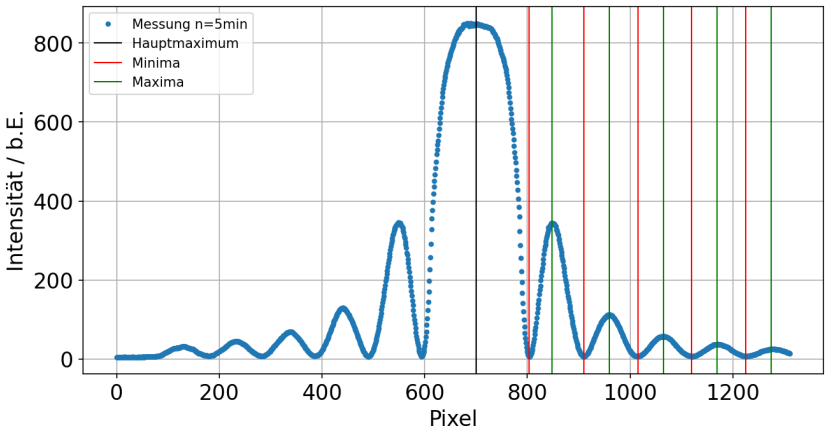

plt.axvline(x=700, color='black', linewidth=1, label='Hauptmaximum')

    # Minima
plt.axvline(x=803, color='Red', linewidth=1, label='Minima')
plt.axvline(x=910, color='Red', linewidth=1)
plt.axvline(x=1015, color='Red', linewidth=1)
plt.axvline(x=1120, color='Red', linewidth=1)
plt.axvline(x=1225, color='Red', linewidth=1)
    # Maxima
```

```
plt.axvline(x=848, color='green', linewidth=1, label='Maxima')
plt.axvline(x=960, color='green', linewidth=1)
plt.axvline(x=1065, color='green', linewidth=1)
plt.axvline(x=1169, color='green', linewidth=1)
plt.axvline(x=1275, color='green', linewidth=1)

plt.xlabel('Pixel', fontsize=16)
plt.ylabel('Intensität / b.E.', fontsize=16)

plt.legend()
plt.grid()
plt.show()
```



[95]:
```
n = np.array([1, 2, 3, 4, 5])


px_min = np.array([103, 210, 315,420, 525])
px_min_errors = np.full_like(px_min, 10)
px_max = np.array([148, 260, 365, 469,575])

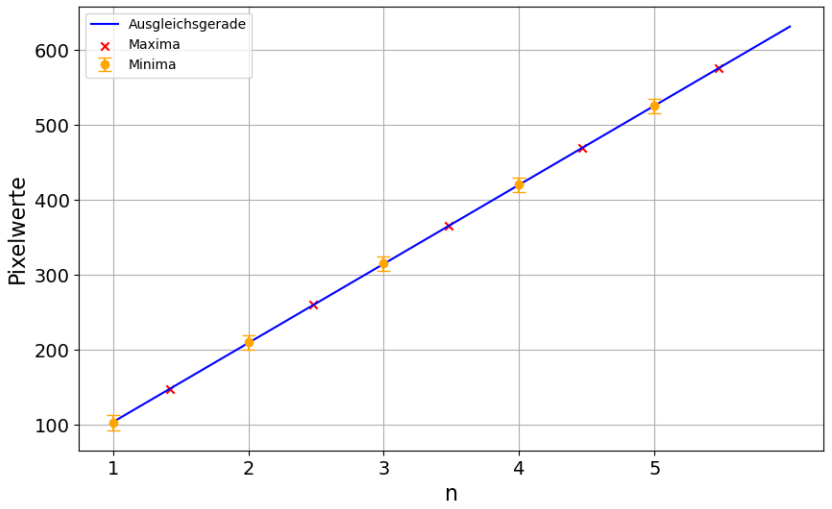
def linear_fit(x, a, b):
    return a * x + b

popt2, pcov2 = curve_fit(linear_fit, n, px_min)
a_fit, b_fit = popt2
n_fit = np.linspace(1, 6, 100)
```

```
px_min_fit = linear_fit(n_fit, a_fit, b_fit)
n_px_max_fitted = (px_max - b_fit) / a_fit
Del_n_px_max_fitted = np.sqrt((popt2[1]*pcov2[1,1]/popt2[0])**2+ ((px_max -␣
 ↪b_fit) * pcov2[0,0]/ a_fit**2 )**2)

plt.figure(figsize=(10,6), dpi=100)
plt.errorbar(n, px_min, yerr=px_min_errors, fmt='o', label='Minima',␣
 ↪capsize=5,color='orange')
plt.plot(n_fit, px_min_fit, label='Ausgleichsgerade',␣
 ↪linestyle='-',color='blue')
plt.scatter(n_px_max_fitted, px_max, color='red', marker='x', label='Maxima')
plt.xlabel('n', fontsize=16)
plt.ylabel('Pixelwerte', fontsize=16)
plt.tick_params(axis='both', which='major', labelsize=14)
plt.xticks([1, 2, 3, 4, 5])
plt.legend()
plt.grid()
plt.savefig("Plot2.png")

plt.show()
```



[96]:
```
# Berechnung der Spalt Breite
lam = 532e-9
f=80e-3
```

```
m=np.abs(popt1[0])*10e3
u = popt2[0]

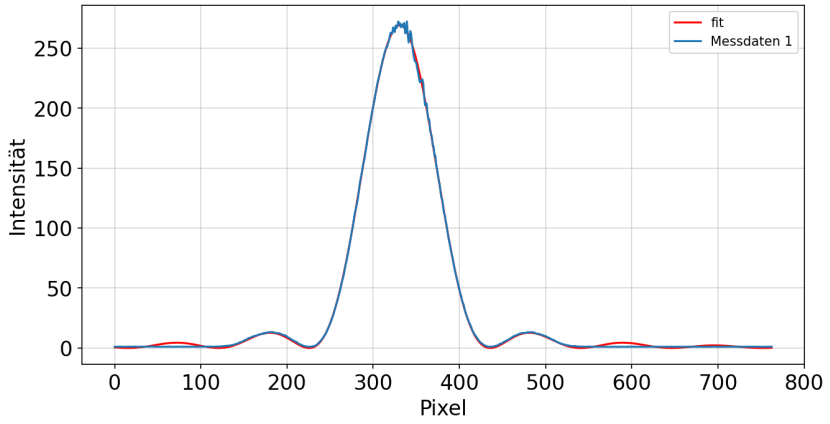

d =  lam * f * m/ u
Del_d = d * np.sqrt((np.sqrt(pcov1[0][0])/popt1[0])**2 + (np.sqrt(pcov2[0][0])/
 ↪popt2[0])**2)
```

[97]:
```
data2_pxl, data2_inten = np.loadtxt("Messung_0Max.txt", unpack=True)

popt3, pcov3 = curve_fit(sinc2, data2_pxl, data2_inten)

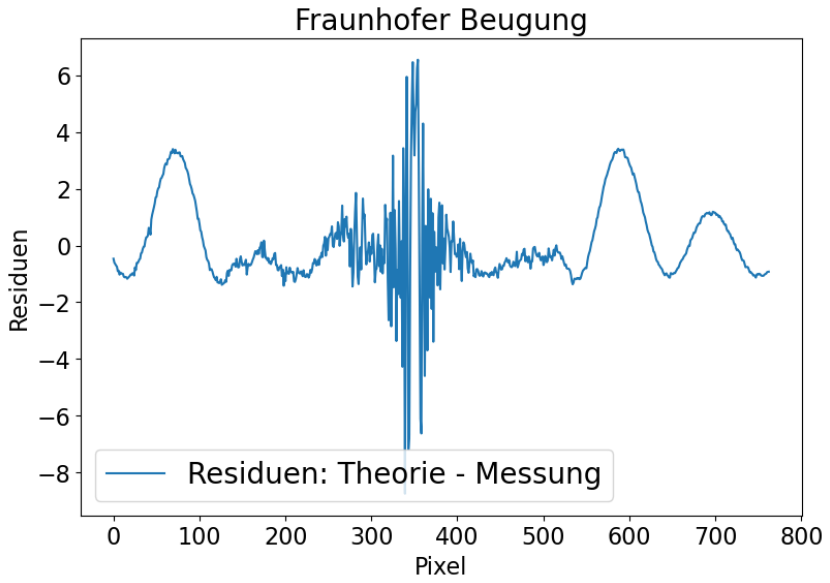
plt.figure(dpi=150, figsize=(10, 5))
plt.errorbar(data2_pxl, data2_inten, label='Messdaten 1')
plt.plot(data2_pxl, sinc2(data2_pxl, *popt3), 'r-', label = "fit")
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.legend()
plt.savefig("Plot3.png")

# folgendes wird noch für die Intensitäts verhältnisse
inten_max0 = np.max(data2_inten[(data2_pxl > 300) & (data2_pxl < 350)])
inten_max1 = np.max(data2_inten[(data2_pxl > 450) & (data2_pxl < 550)])
```



[98]:
```
#Plot der Residuen (Theorie-Messung)
plt.figure(figsize=(9,6))
plt.rc('axes', grid=False,labelsize=16, titlesize = 20)
```

```
plt.rc('xtick', labelsize=16)
plt.rc('ytick', labelsize=16)
plt.plot(data2_pxl, (sinc2(data2_pxl, *popt3)-data2_inten),
label= "Residuen: Theorie - Messung")
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Residuen')
plt.title('Fraunhofer Beugung')
plt.legend(loc='best',prop={'size':20})
plt.savefig("Plot4.png")
```



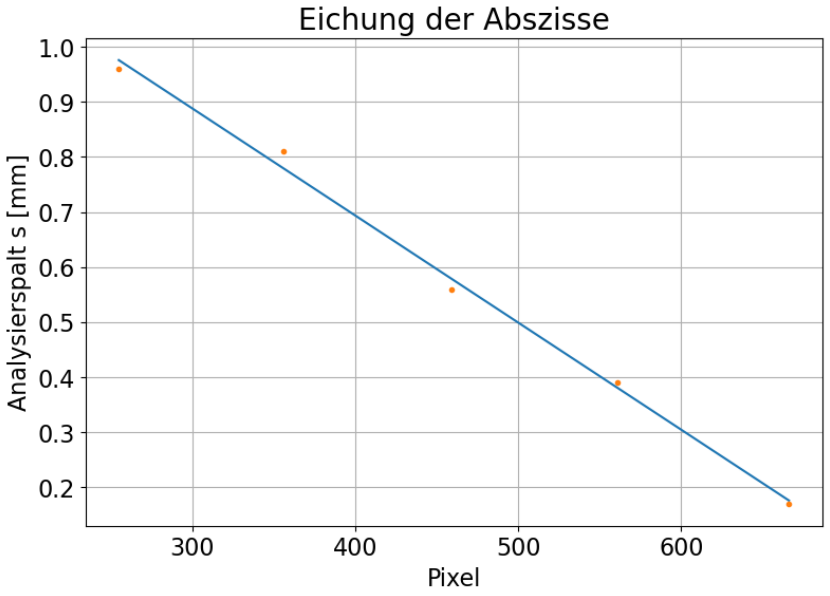
[99]:
```
pixel = np.array([255,356,459,561,666])
s = np.array([0.96, 0.81, 0.56, 0.39, 0.17])
#Gerade anfitten
def linear(x,a,b):
    return a*x+b

popt, pcov = curve_fit(linear, pixel, s)
plt.figure(figsize=(9,6))
plt.plot(pixel, linear(pixel, *popt))
#plotten
plt.plot(pixel,s, linestyle='None', marker='.')
```

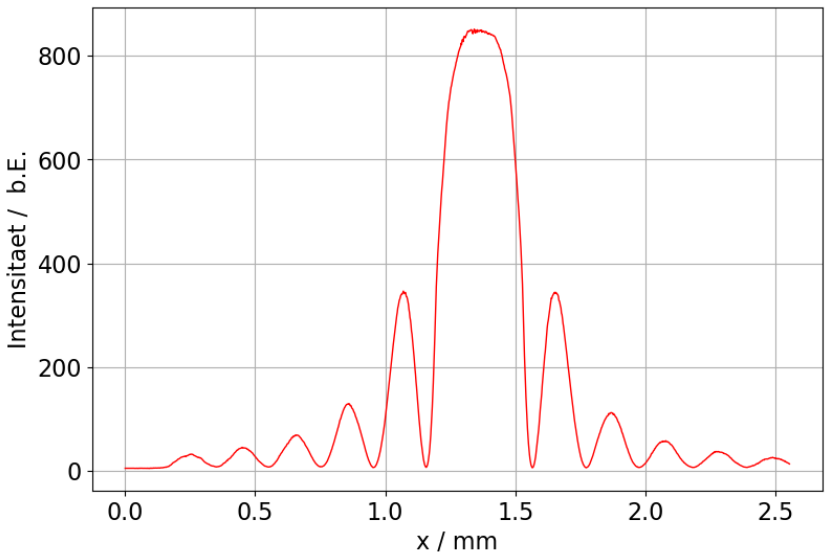
```
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Analysierspalt s [mm]')

plt.grid()
plt.title('Eichung der Abszisse')
```

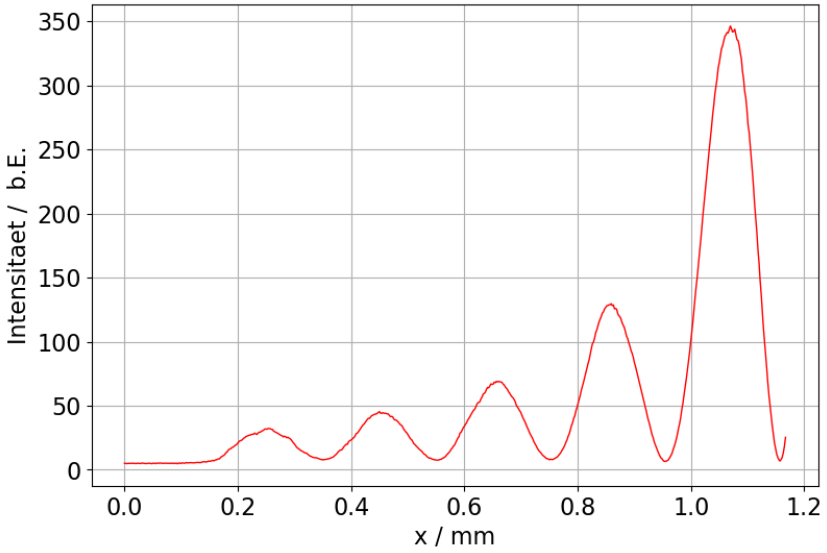
[99]: Text(0.5, 1.0, 'Eichung der Abszisse')



[100]:
```
pix1, intensity1 = np.loadtxt('Messung_n5Min.txt', unpack=True)
#Aus Eichung: Abszisse von Pixel in mm umrechnen
x1 = pix1 *(-popt[0])
# Daten plotten
plt.figure(figsize=(9,6))
plt.plot(x1,intensity1, color='red', linewidth=1)
plt.xlabel('x / mm')
plt.ylabel('Intensitaet / '+' b.E.')
plt.grid()
plt.savefig("Plot5.png")
```



[101]:
```
plt.figure(figsize=(9,6))
a=600
plt.plot(x1[:a],intensity1[:a], color='red', linewidth=1)
plt.xlabel('x / mm')
plt.ylabel('Intensitaet / '+' b.E.')
plt.grid()
```

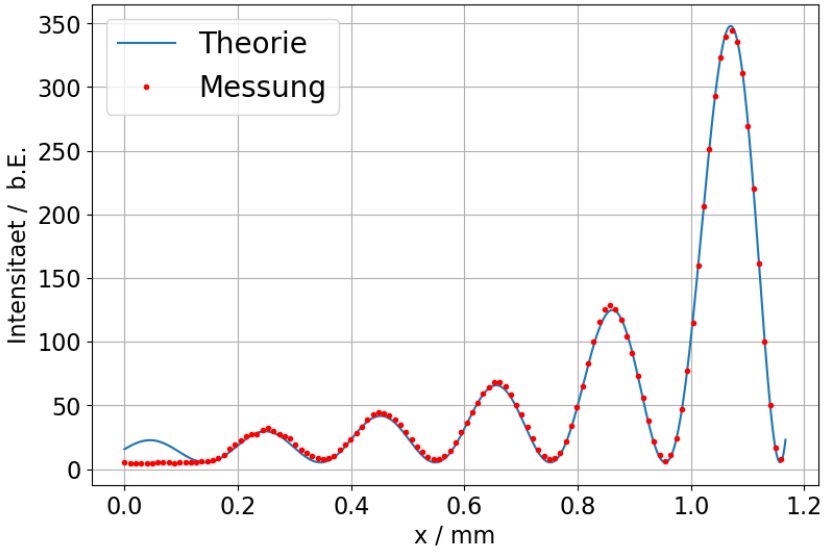


[102]:
```
# Funktion anfitte

init_vals = [5000, 10, 1.41, 1.8]
fitParams, fitCovariances = curve_fit(fitFunc, x1[:a], intensity1[:a],␣
 ↪p0=init_vals, maxfev=10000)
print(fitParams)
# Messung und Fit plotten
plt.figure(figsize=(9,6))
plt.rc('axes', grid=False,labelsize=16, titlesize = 20)
plt.rc('xtick', labelsize=16)
plt.rc('ytick', labelsize=16)
plt.plot(x1[:a], fitFunc(x1[:a], *fitParams), label= "Theorie")
plt.plot(x1[:a:5], intensity1[:a:5], color='red', linestyle='None',
marker='.', label= "Messung")
plt.xlabel('x / mm')
plt.ylabel('Intensitaet / '+' b.E.')
plt.legend(loc='best',prop={'size':20})
plt.grid()
plt.savefig("Plot6.png")
print("Minimale Intensität in den Daten:", np.min(intensity1))
print("Durchschnittswert der kleinsten 10 Punkte:", np.mean(np.
 ↪sort(intensity1)[:10]))
```

9

```
[7.26428457e+03 1.54888290e+01 1.36012653e+00 5.23279844e+00]
Minimale Intensität in den Daten: 4.6668664
Durchschnittswert der kleinsten 10 Punkte: 4.829901050000001
```



[103]:
```
# Intensitäteten aus der Messung
#inten_nmax0 = np.max(data1_inten[(data1_pxl > 650) & (data1_pxl < 750)])
inten_nmax1 = np.max(data1_inten[(data1_pxl > 800) & (data1_pxl < 900)])
inten_nmax2 = np.max(data1_inten[(data1_pxl > 900) & (data1_pxl < 1000)])
inten_nmax3 = np.max(data1_inten[(data1_pxl > 1000) & (data1_pxl < 1100)])
inten_nmax4 = np.max(data1_inten[(data1_pxl > 1100) & (data1_pxl < 1200)])
inten_nmax5 = np.max(data1_inten[(data1_pxl > 1200) & (data1_pxl < 1300)])

gamma_ref = inten_max1/inten_max0


gamma2 = inten_nmax2/inten_nmax1 * gamma_ref
gamma3 = inten_nmax3/inten_nmax1 * gamma_ref
gamma4 = inten_nmax4/inten_nmax1 * gamma_ref
gamma5 = inten_nmax5/inten_nmax1 * gamma_ref

gammas_exp = np.array([gamma_ref, gamma2, gamma3, gamma4, gamma5])
Del_gammas_exp = np.array([gamma_ref, gamma2, gamma3, gamma4, gamma5]) *np.
  ↪sqrt(3*0.05**2) # Mit der Annahme dass es ein 5% Fehler gibt
```

```
# Intensität aus sinc function

gammas_theo =  ( np.sin(np.pi*n_px_max_fitted )  / (np.pi*n_px_max_fitted ) )**2
```

[104]:
```
# Vergleich der theoretischen Verhältnisse mit den exp. Werten

sigma_Int = np.abs(gammas_exp-gammas_theo)/Del_gammas_exp
```

1.1 Aufgabe 3 Doppelspalt

[105]:
```
d1 = 193
d2 = 195  # Jeweils einen Fehler von 7 pxl
d3 = 247 # Abstand zwischen den Spalten

d_mean = (d1 + d2) /2
Del_d_mean = np.sqrt(2*7**2)

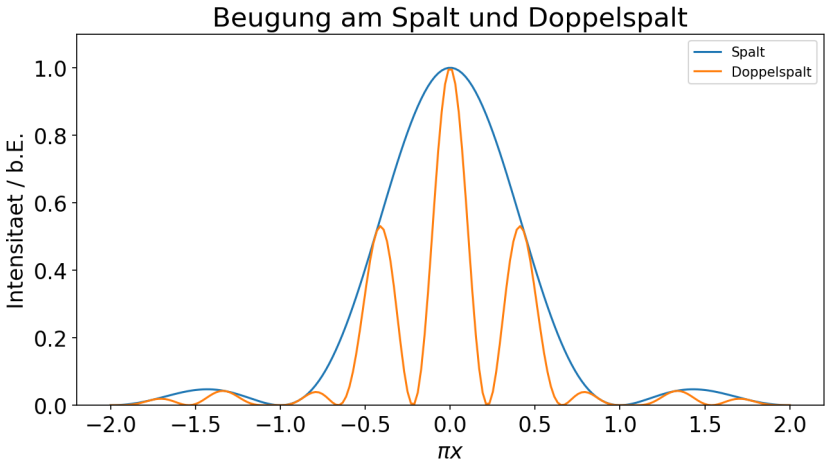
g = 247 + d1/2 + d2/2
Del_g = np.sqrt(3*7**2)

# Verhältnis v
v = g/d_mean
Del_v = v* np.sqrt((Del_g/g)**2 + (Del_d_mean/d_mean)**2)
print(Del_v)
```

```
0.1317620060004138
```

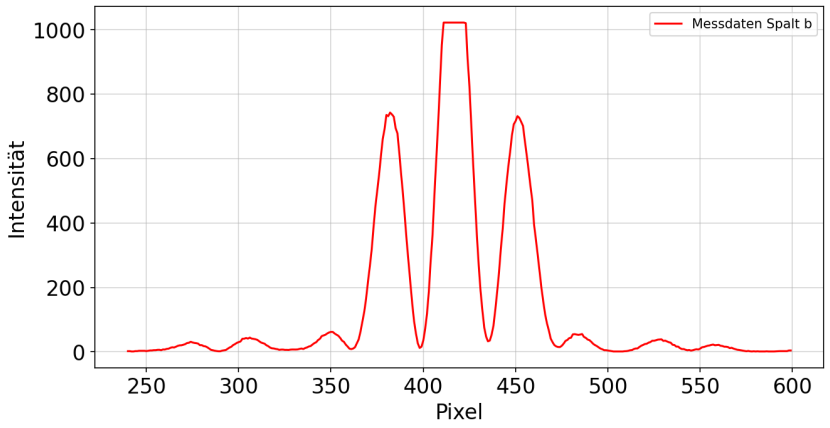
[106]:
```
def beugung_spalt(x):
    return np.sinc(x)**2
def beugung_doppelspalt(x):
    return np.sinc(x)**2*np.cos(np.pi*v*x)**2


#Anzahl a der Nebenmaxima die dargestellt werden sollen:
a=1
plt.figure(dpi=150, figsize=(10, 5))
x=np.linspace(-(a+1),a+1,200)
plt.plot(x,beugung_spalt(x),label='Spalt')
plt.plot(x,beugung_doppelspalt(x),label='Doppelspalt')
plt.xlabel('$\pi x$')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('Beugung am Spalt und Doppelspalt')
plt.ylim((0,1.1))
plt.legend()
plt.savefig( "Plot7.png")
```



[107]:
```
data3_pxl, data3_inten = np.loadtxt("Messung_spalt_b.txt", unpack=True)

plt.figure(dpi=150, figsize=(10, 5))
plt.plot(data3_pxl[(data3_pxl > 240) & (data3_pxl <␣
 ↪600)],data3_inten[(data3_pxl > 240) & (data3_pxl < 600)], color =␣
 ↪"red",label='Messdaten Spalt b')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.legend()
plt.savefig("Plot8.png")
```



[108]:
```
# Gemessene Int.Verhältnisse

max0  = 1020
max1r = 520
max1l = 580

max1l_ref = np.max(data3_inten[(data3_pxl > 360) & (data3_pxl < 400)])
max1r_ref = np.max(data3_inten[(data3_pxl > 440) & (data3_pxl < 460)])

max2l =  np.max(data3_inten[(data3_pxl > 340) & (data3_pxl < 360)])
max2r =  np.max(data3_inten[(data3_pxl > 480) & (data3_pxl < 500)])

gamma_ref2r = max1r / max0
gamma_ref2l = max1l / max0

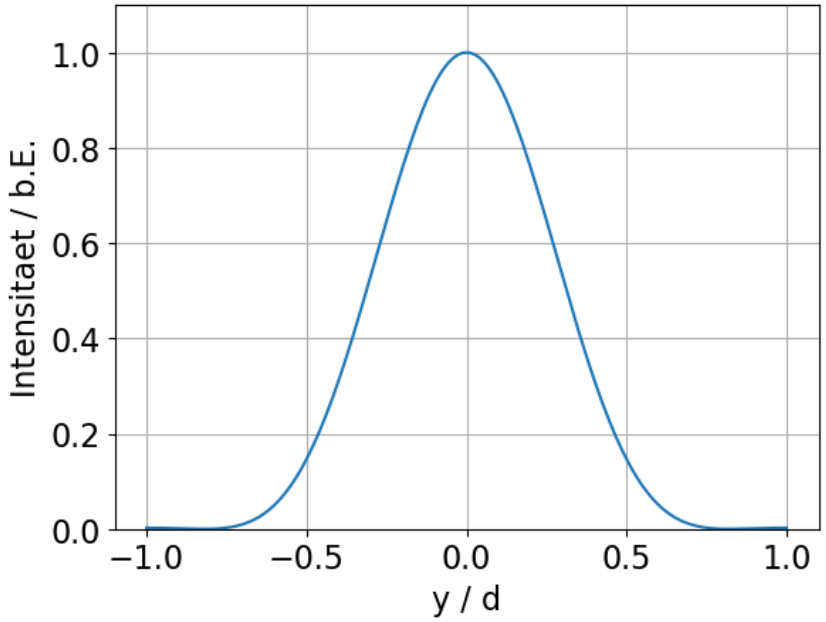
gamma2r = max2r / max1r_ref  * gamma_ref2r
gamma2l = max2l / max1l_ref  * gamma_ref2l
```

1.1.1 Aufgabe 4 Objektbild Einzelspalt

[109]:
```
def spalt(k,y):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d=1 #Spaltbreite auf 1 setzen
n=1 #Integrationsbereich
#y-Werte:
Y=np.linspace(-1,1,200)*d
#Berechnung des resultierenden Objektbilds
```

```
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)

#Kurve auf 1 normieren:
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
plt.plot(Y,f_modifiziert)
plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.ylim((0,1.1))
plt.grid()
plt.savefig("Plot10.png")
```



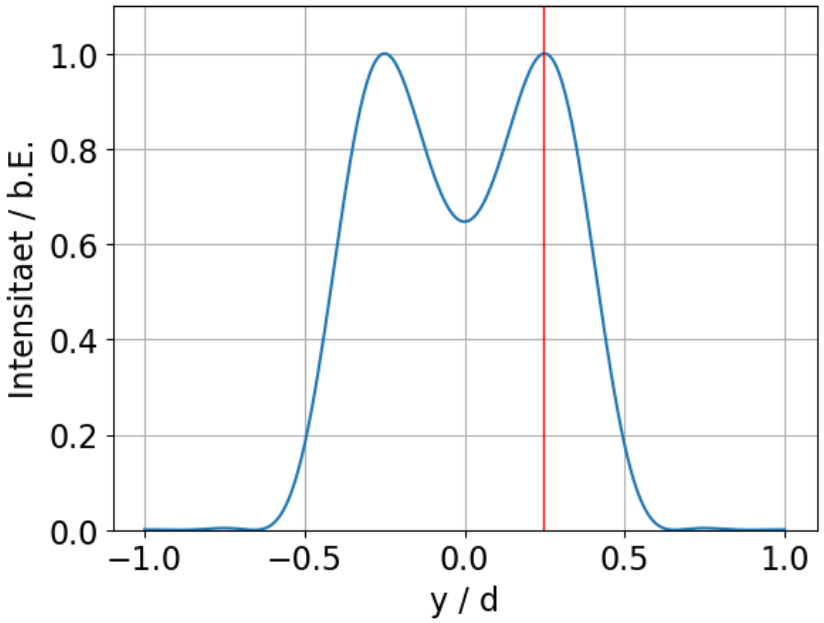
[110]:
```
def spalt(k,y):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d=1 #Spaltbreite auf 1 setzen
n=2 #Integrationsbereich
```

```
#y-Werte:
Y=np.linspace(-1,1,200)*d
#Berechnung des resultierenden Objektbilds
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)

#Kurve auf 1 normieren:
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
plt.plot(Y,f_modifiziert)

plt.axvline(x=0.245, color='red', linewidth=1, label='Extrema')

plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.ylim((0,1.1))
plt.grid()
plt.savefig("Plot11.png")
```

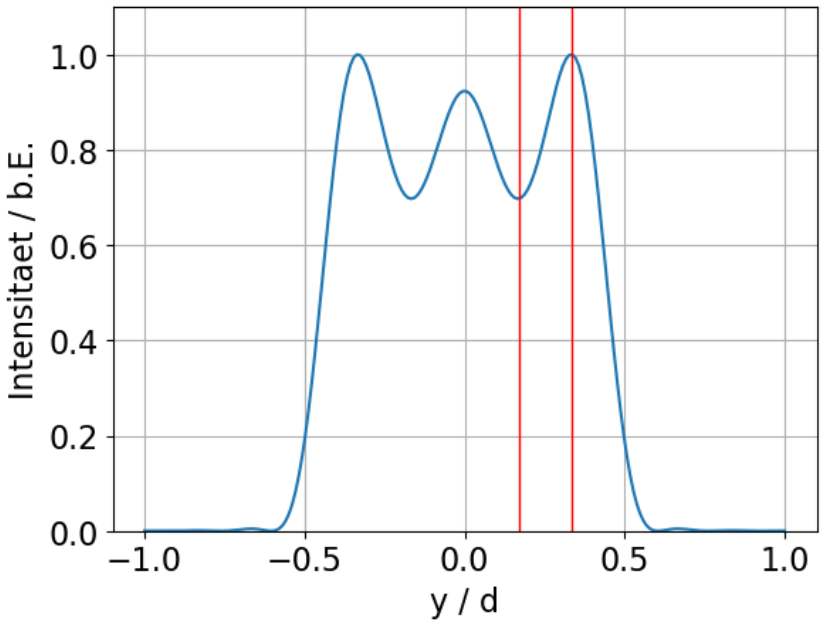


[111]:
```
def spalt(k,y):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d=1 #Spaltbreite auf 1 setzen
n=3 #Integrationsbereich
#y-Werte:
Y=np.linspace(-1,1,200)*d
#Berechnung des resultierenden Objektbilds
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)

#Kurve auf 1 normieren:
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
plt.plot(Y,f_modifiziert)

plt.axvline(x=0.335, color='red', linewidth=1, label='Extrema')
plt.axvline(x=0.17, color='red', linewidth=1)

plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.ylim((0,1.1))
plt.grid()
plt.savefig("Plot12.png")
```



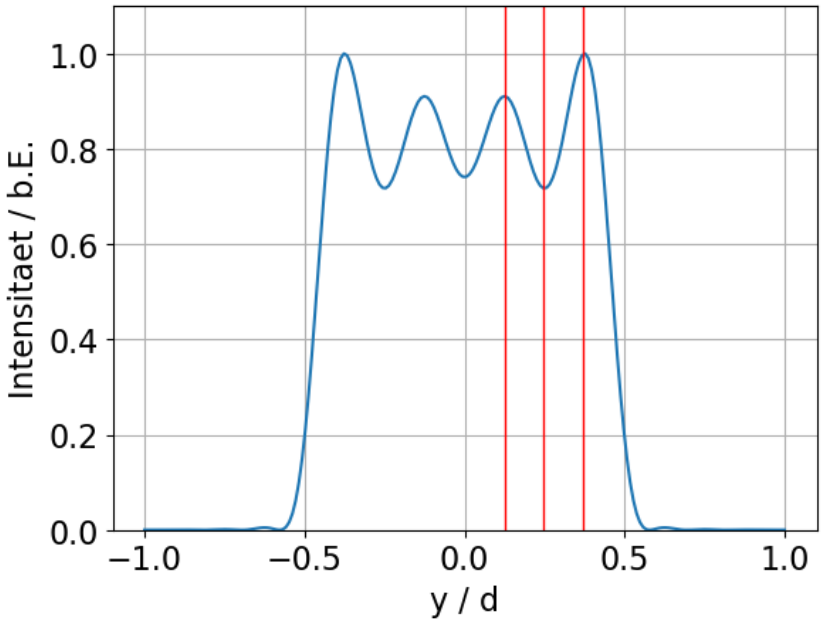
[112]:
```
def spalt(k,y):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d=1 #Spaltbreite auf 1 setzen
n=4 #Integrationsbereich
#y-Werte:
Y=np.linspace(-1,1,200)*d
#Berechnung des resultierenden Objektbilds
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)

#Kurve auf 1 normieren:
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
plt.plot(Y,f_modifiziert)

plt.axvline(x=0.37, color='red', linewidth=1, label='Extrema')
plt.axvline(x=0.245, color='red', linewidth=1)
```

```
plt.axvline(x=0.125, color='red', linewidth=1)

plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.ylim((0,1.1))
plt.yticks(np.arange(0, 1.1, 0.2))
plt.grid()
plt.savefig("Plot13.png")
```



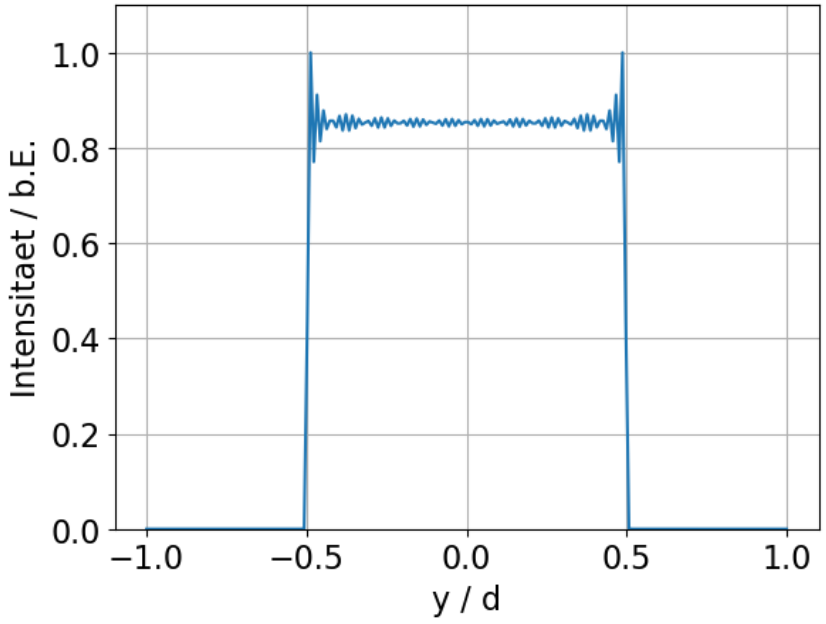
[113]:
```
def spalt(k,y):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d=1 #Spaltbreite auf 1 setzen
n=45 #Integrationsbereich
#y-Werte:
Y=np.linspace(-1,1,200)*d
#Berechnung des resultierenden Objektbilds
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
```

```
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n/d, args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)

#Kurve auf 1 normieren:
f_modifiziert = f_modifiziert/np.max(f_modifiziert)
plt.plot(Y,f_modifiziert)

#plt.axvline(x=0.37, color='red', linewidth=1, label='Extrema')
#plt.axvline(x=0.245, color='red', linewidth=1)
#plt.axvline(x=0.125, color='red', linewidth=1)

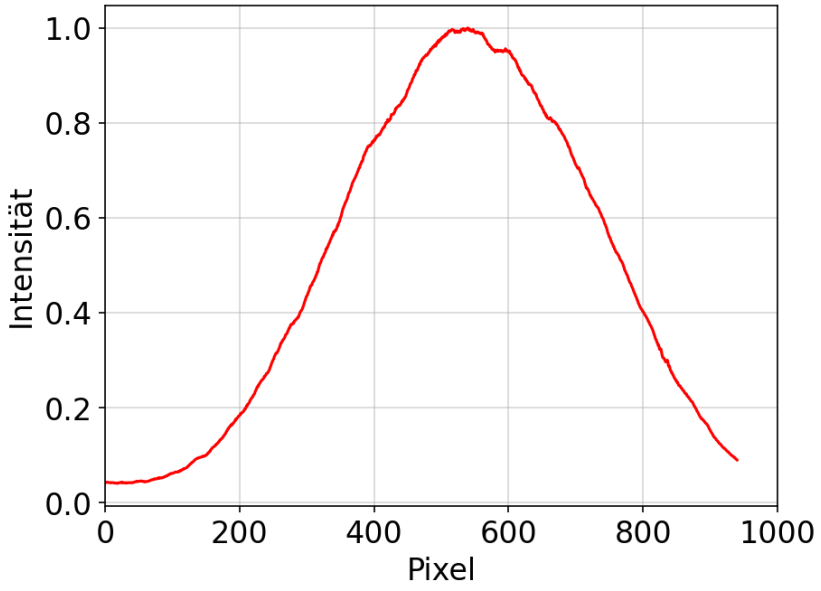
plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.ylim((0,1.1))
plt.yticks(np.arange(0, 1.1, 0.2))
plt.grid()
plt.savefig("Plot14.png")
```



[114]:
```
data4_pxl, data4_inten = np.loadtxt( "Nr.4/OMax_Text",unpack=True, skiprows=3)
```

```
data5_pxl, data5_inten = np.loadtxt("Nr.4/1Max_Text", unpack=True, skiprows=3,␣
 ↪usecols=(2, 3))
data6_pxl, data6_inten = np.loadtxt("Nr.4/2Max_Text",unpack=True, skiprows=3)
data7_pxl, data7_inten = np.loadtxt("Nr.4/3Max_Text",unpack=True, skiprows=3)
data8_pxl, data8_inten = np.loadtxt("Nr.4/Offen_EInzel_Text",unpack=True,␣
 ↪skiprows=3)
```

[115]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data4_pxl*1000, data4_inten/max(data4_inten), color = "red")
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlim(0,1000)
plt.savefig("Plot15.png")
```



[116]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data5_pxl*1000, data5_inten/max(data5_inten), color = "red")

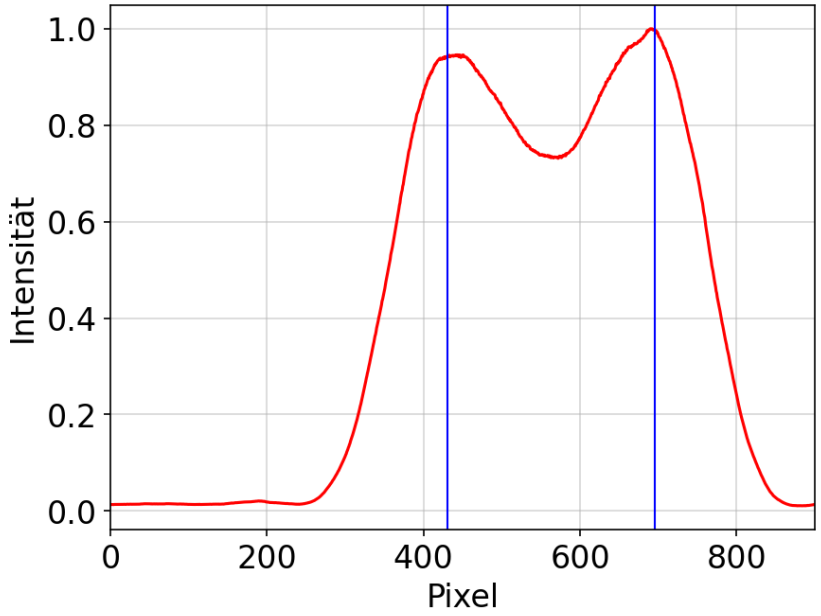
plt.axvline(x=430, color='blue', linewidth=1, label='Maxima')   # Fehler der␣
 ↪Linien wird auf 5 pxl geschätzt
plt.axvline(x=695, color='blue', linewidth=1)
```

```
Ord1_d_max1 = 695-430

Max_Int_r =  np.max(data5_inten[(data5_pxl > 0.680) & (data5_pxl < 0.710)]) /
 ↪max(data8_inten)
Max_Int_l =  np.max(data5_inten[(data5_pxl > 0.420) & (data5_pxl < 0.440)]) /
 ↪max(data8_inten)

Ord1_Int_max = (Max_Int_r +Max_Int_l)/2


plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlim(0,900)
plt.savefig("Plot16.png")
```



[117]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data6_pxl*1000, data6_inten/max(data6_inten), color = "red")
```

```
plt.axvline(x=230, color='blue', linewidth=1 , label='Maxima')   # Fehler der␣
 ↪Linien wird auf 5 pxl geschätzt
plt.axvline(x=550, color='blue', linewidth=1)

plt.axvline(x=310, color='black', linewidth=1 , label='Minima')
plt.axvline(x=480, color='black', linewidth=1)

Ord2_d_max1 = 550-230
Ord2_d_min1 = 480-310

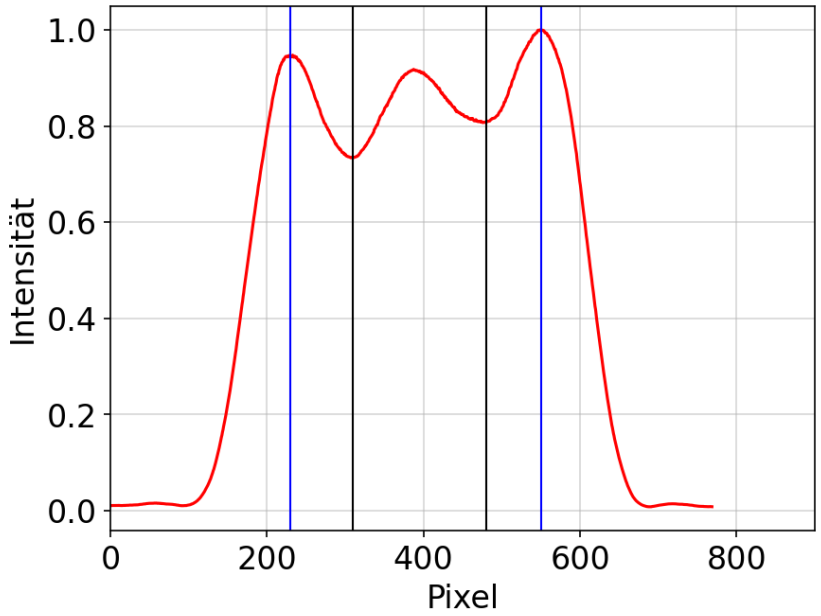
Max_Int_r =  np.max(data6_inten[(data6_pxl > 0.540) & (data6_pxl < 0.560)])  /
 ↪max(data8_inten)
Min_Int_r =  np.min(data6_inten[(data6_pxl > 0.470) & (data6_pxl < 0.490)])  /
 ↪max(data8_inten)

Max_Int_l =  np.max(data6_inten[(data6_pxl > 0.220) & (data6_pxl < 0.240)])  /
 ↪max(data8_inten)
Min_Int_l =  np.max(data6_inten[(data6_pxl > 0.300) & (data6_pxl < 0.320)])  /
 ↪max(data8_inten)

Ord2_Int_max = (Max_Int_r +Max_Int_l)/2
Ord2_Int_min = (Min_Int_r +Min_Int_l)/2



plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlim(0,900)
plt.savefig("Plot17.png")
```



[118]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data7_pxl*1000, data7_inten/max(data7_inten), color = "red")


plt.axvline(x=330, color='blue', linewidth=1,  label='Maxima')   # Fehler der␣
 ↪Linien wird auf 5 pxl geschätzt
plt.axvline(x=695, color='blue', linewidth=1)

plt.axvline(x=445, color='blue', linewidth=1)
plt.axvline(x=570, color='blue', linewidth=1)

plt.axvline(x=395, color='black', linewidth=1, label='Minima' )
plt.axvline(x=630, color='black', linewidth=1)

Ord3_d_max1 = 695-330
Ord3_d_max2 = 570-445
Ord3_d_min1 = 630-395

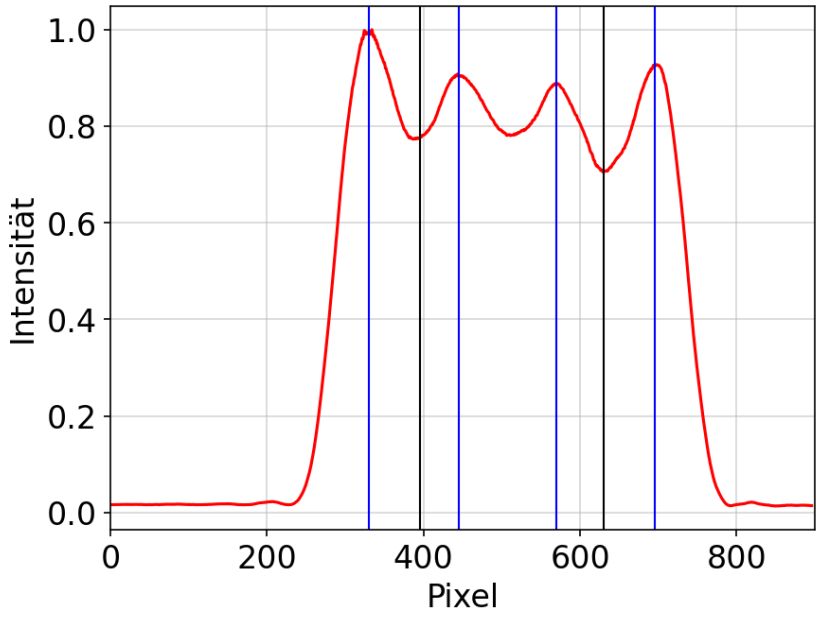
Max1_Int_r =  np.max(data7_inten[(data7_pxl > 0.680) & (data7_pxl < 0.710)])  /
 ↪max(data7_inten)
```

```
Min_Int_r =  np.min(data7_inten[(data7_pxl > 0.620) & (data7_pxl < 0.640)])  /
 ↪max(data7_inten)
Max2_Int_r =  np.max(data7_inten[(data7_pxl > 0.560) & (data7_pxl < 0.580)])  /
 ↪max(data7_inten)

Max1_Int_l =  np.max(data7_inten[(data7_pxl > 0.320) & (data7_pxl < 0.340)])  /
 ↪max(data7_inten)
Min_Int_l =  np.min(data7_inten[(data7_pxl > 0.380) & (data7_pxl < 0.410)])  /
 ↪max(data7_inten)
Max2_Int_l =  np.max(data7_inten[(data7_pxl > 0.430) & (data7_pxl < 0.460)])  /
 ↪max(data7_inten)

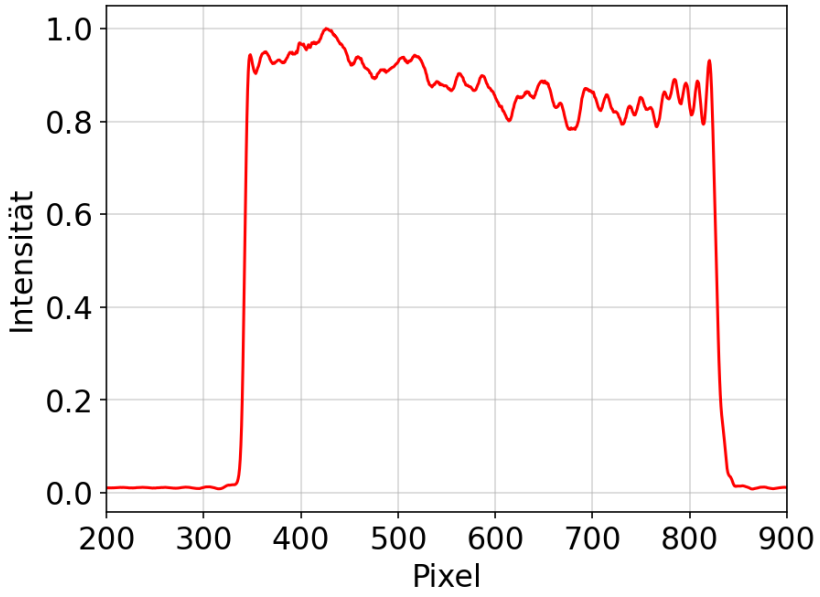
Ord3_Int_max2 = (Max2_Int_r +Max2_Int_l)/2
Ord3_Int_max1 = (Max1_Int_r +Max1_Int_l)/2
Ord3_Int_min = (Min_Int_r +Min_Int_l)/2


plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlim(0,900)
plt.savefig("Plot18.png")
```



24

[119]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data8_pxl*1000, data8_inten/max(data8_inten), color = "red")
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.xlim(200,900)
plt.savefig("Plot19.png")
```



[120]:
```
#Abstände aus der Messung (Normiert auf die Spaltbreite)
# Spaltbreite entspricht hier 489 pxl
d = 489
Del_d = 7

Abst_Ord1_d_max1 = Ord1_d_max1 / d

Abst_Ord2_d_max1 = Ord2_d_max1 / d
Abst_Ord2_d_min1 = Ord2_d_min1 / d
```

```
Abst_Ord3_d_max1 =  Ord3_d_max1 /d
Abst_Ord3_d_max2 =  Ord3_d_max2 /d
Abst_Ord3_d_min1 =  Ord3_d_min1 /d


Abst_exp = np.array([Abst_Ord1_d_max1, Abst_Ord2_d_max1, Abst_Ord2_d_min1,␣
 ↪Abst_Ord3_d_max1, Abst_Ord3_d_min1, Abst_Ord3_d_max2 ])
Del_Abst =Abst_exp*  np.sqrt(2*(5/(Abst_exp *d)) **2 + (7/d)**2) # Fehler aus␣
 ↪Quadratischer Addition der Fehler der Linien und Fehler der Spaltbreite

# theoretische Werte

Ord1_Max1_theo = 0.49

Ord2_Max1_theo = 0.67
Ord2_Min1_theo = 0.34

Ord3_Max1_theo = 0.74
Ord3_Min1_theo = 0.49
Ord3_Max2_theo = 0.25

Abst_theo = np.array([Ord1_Max1_theo, Ord2_Max1_theo, Ord2_Min1_theo,␣
 ↪Ord3_Max1_theo, Ord3_Min1_theo , Ord3_Max2_theo])

#Sigma- Abweichungen
sigma = np.abs(Abst_exp-Abst_theo)/ Del_Abst
```

[121]:
```
# Vergleich der Intensitäten

# Aus der Messung
Int_exp = np.array([Ord1_Int_max, Ord2_Int_max, Ord2_Int_min, Ord3_Int_max2 ,␣
 ↪Ord3_Int_max1, Ord3_Int_min])
Del_Int_exp = Int_exp * np.sqrt(2*0.05**2) # Quadratische Addition der 5%␣
 ↪Fehler für die Intensitäten

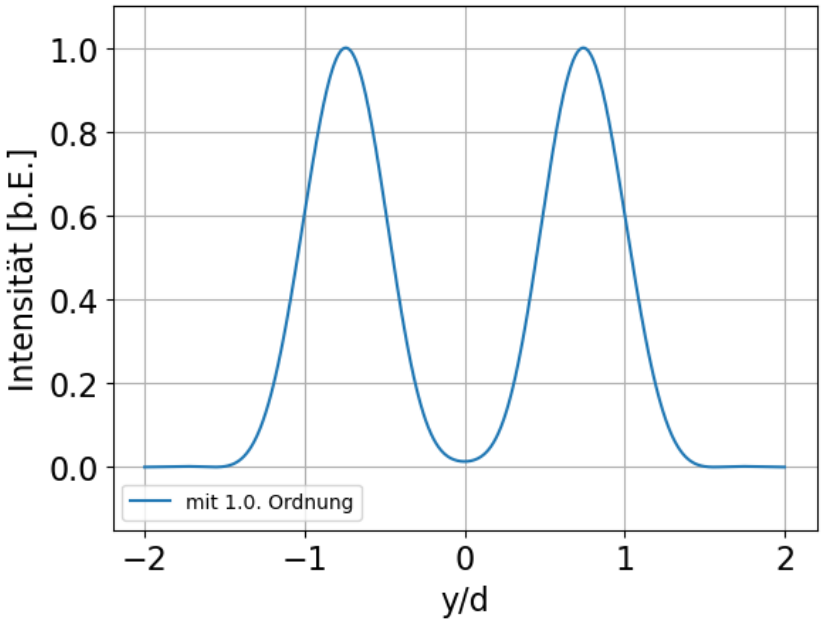
# Theoretische Werte
Int_theo = np.array([1.0, 1.0, 0.7, 0.91, 1, 0.725]) # Selbe Reihenfolge wie in␣
 ↪Int_exp
Del_Int_theo = 0.025

# Sigma
sigma = np.abs(Int_exp-Int_theo)/ np.sqrt(Del_Int_exp**2 +Del_Int_theo**2)
```

1.1.2 Aufgabe 5 Objektbild Doppelspalt

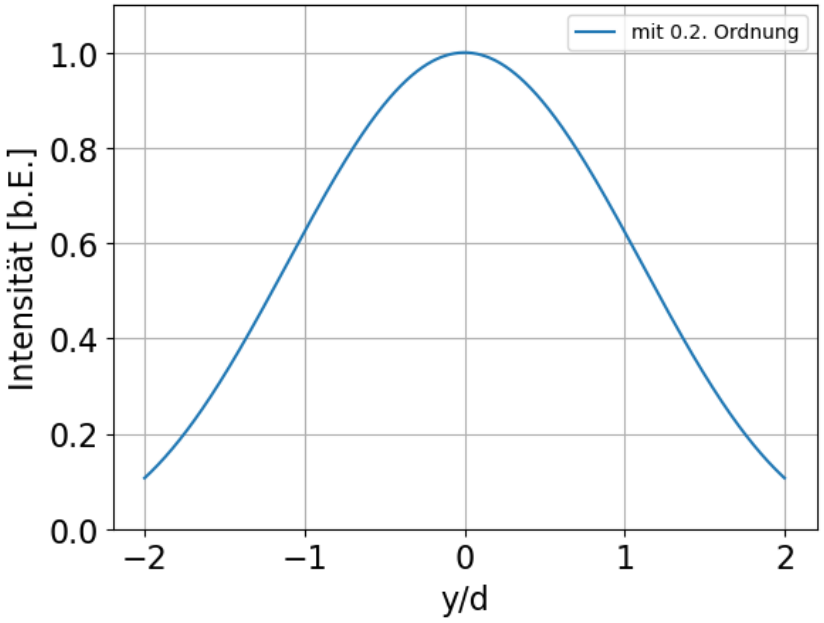
[122]:
```
def doppelspalt(k,y):
    return d/np.pi*np.cos(k*g/2)*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d=1
g=1.48*d
Y=np.linspace(-2,2,1000)*d
n=1.0
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result,error = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n/d,args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)

f_modifiziert = np.array(f_modifiziert)/np.max(f_modifiziert)
plt.xlabel('y/d')
plt.ylabel('Intensität [b.E.]')
plt.ylim(-0.15, 1.1)
plt.plot(Y,f_modifiziert, label = "mit " + str(n) +". Ordnung")
legend = plt.legend(loc='best')
plt.grid()
plt.savefig("Plot20.png")
```



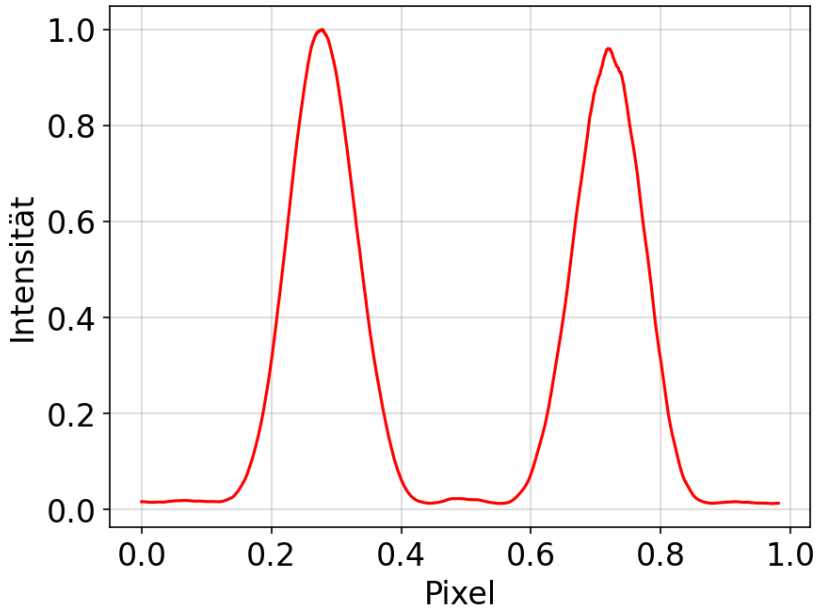
[123]:
```
def doppelspalt(k,y):
    return d/np.pi*np.cos(k*g/2)*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d=1
g=1.48*d
Y=np.linspace(-2,2,1000)*d
n=0.2
f_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result,error = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n/d,args =(y,))
    f_modifiziert.append(result**2)

f_modifiziert = np.array(f_modifiziert)/np.max(f_modifiziert)
plt.xlabel('y/d')
plt.ylabel('Intensität [b.E.]')
plt.ylim(0, 1.1)
plt.plot(Y,f_modifiziert, label = "mit " + str(n) +". Ordnung")
legend = plt.legend(loc='best')
plt.grid()
plt.savefig("Plot21.png")
```



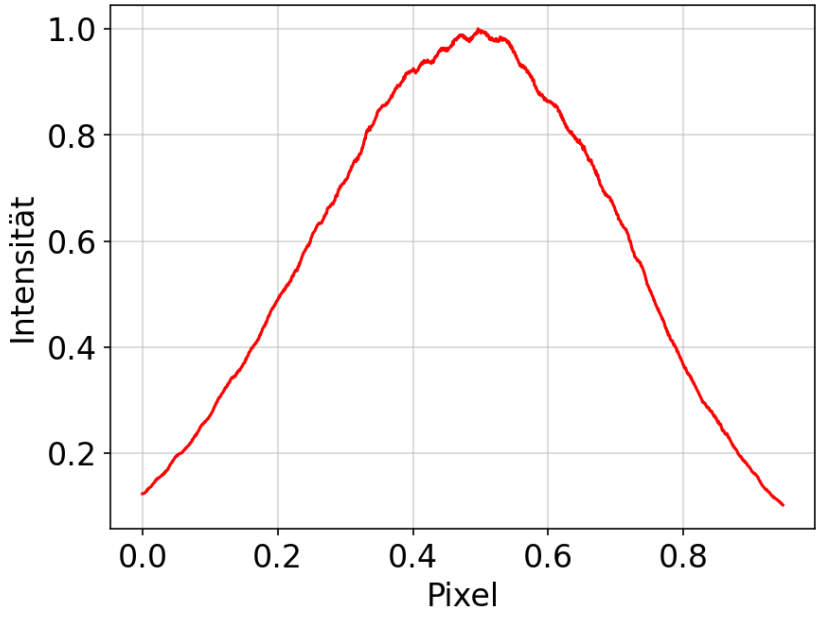
[124]:
```
data_a_pxl, data_a_inten = np.loadtxt("Nr.5/
  ↪Offen_Doppel_Fall_a)_Text",unpack=True, skiprows=3)
data_b_pxl, data_b_inten = np.loadtxt("Nr.5/
  ↪Offen_Doppel_Fall_b)_Text",unpack=True, skiprows=3)
data_offen_pxl, data_offen_inten = np.loadtxt("Nr.5/
  ↪Offen_Doppel_Text",unpack=True, skiprows=3)
```

[125]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data_a_pxl, data_a_inten/max(data_a_inten), color =␣
  ↪"red",label='Doppelspalt 1 maxima')
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.savefig("Plot22.png")
```

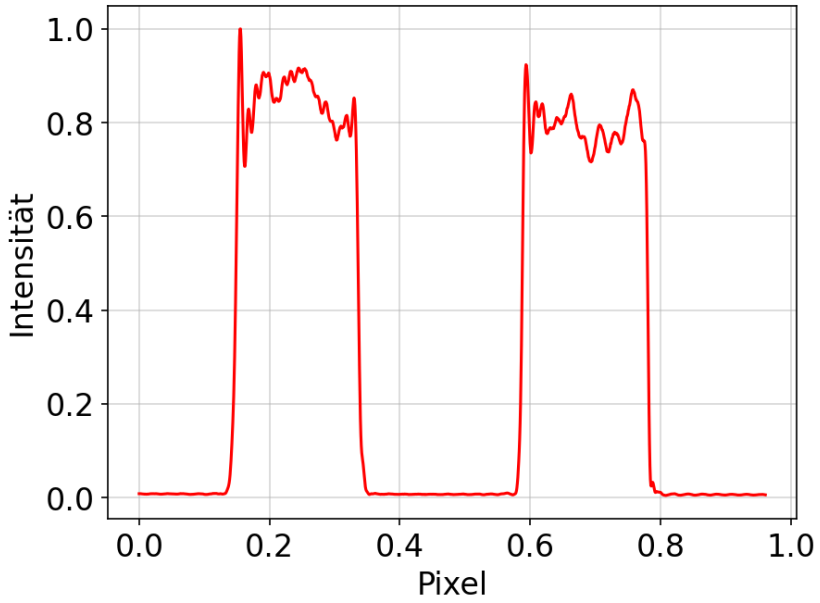


[126]:
```
plt.figure(dpi = 150)
```

```
plt.plot(data_b_pxl, data_b_inten/max(data_b_inten), color =␣
 ↪"red",label='Doppelspalt 1 maxima')
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
plt.savefig("Plot23.png")
```



[127]:
```
plt.figure(dpi = 150)
plt.plot(data_offen_pxl, data_offen_inten/max(data_offen_inten), color =␣
 ↪"red",label='Doppelspalt 1 maxima')
plt.xlabel('Pixel')
plt.ylabel('Intensität')
plt.grid(alpha = 0.5)
```



[128]:
```
# Berechnug von d
f = 80e-3
B = d_mean * 3.45e-6 # Ein Pixel entspricht 3,45 \mu m
Del_B = Del_d_mean  * 3.45e-6
b = 38.0e-2
Del_b = 1e-2

G = B / (b-f) * f *3/2  # G entspricht hier die Spaltbreite des Doppelspalts
Del_G = np.sqrt( (Del_B *f /(b-f))**2 + (B*f*b*Del_b/(b-f)**2)**2  )
```

[129]:
```
# Für n = 1


k_n1= (2*np.pi*1) / G
Del_k_n1 = k_n1 * (G/Del_G)

k_exp1 = (np.pi* 0.15e-3  ) / (lam * f) *2
Del_k_exp1 = k_exp1 * (0.01/0.15)

#Für n=0.2
k_n2= (2*np.pi*0.2) / G
```

```
Del_k_n2 = k_n2 * (G/Del_G)

k_exp2 = (np.pi* 0.05e-3  ) / (lam * f) *2
Del_k_exp2 = k_exp2 * (0.01/0.05)
```